

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОУ ВПО Кыргызско-Российский Славянский университет

УТВЕРЖДАЮ

Декан ЭФ Тайламако В.К.

18 сентября 2018

Дифференциальные и разностные уравнения

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	Прикладной математики и информатики
Учебный план	Направление 38.03.01 - РФ, 580100 - КР Экономика
Квалификация	бакалавр
Форма обучения	очная
Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану	108
в том числе:	
аудиторные занятия	54
самостоятельная работа	53,8

Виды контроля в семестрах:
зачеты с оценкой 4

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семес тр на курсе>)	4 (2.2)		Итого	
Неделя	17 4/6			
Вид занятий	уп	рпд	уп	рпд
Лекции	18	18	18	18
Практические	36	36	36	36
Контактная	0,2	0,2	0,2	0,2
В том числе инт.	14	14	14	14
Итого ауд.	54	54	54	54
Контактная	54,2	54,2	54,2	54,2
Сам. работа	53,8	53,8	53,8	53,8
Итого	108	108	108	108

Программу составил(и):

д.ф.-м.н., профессор Керимбеков А., преп. Сейдакмат кызы Э. Ахмед-Султан

Рецензент(ы):

д.ф.-м.н., профессор Байзаков А. А.Б.

Рабочая программа дисциплины

Дифференциальные и разностные уравнения

разработана в соответствии с ФГОС 3+:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования направление подготовки 38.03.01 "Экономика" (уровень бакалавриата)

(утв. приказом Министерства образования и науки РФ от 12 ноября 2015 г. N 1327)

составлена на основании учебного плана:

Направление 38.03.01 Экономика Профиль "Математические методы в экономике"

утвержденного учёным советом вуза от 26.06.2018 протокол № 12.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

Прикладной математики и информатики

Протокол от 28.08. 2018 г. № 1

Срок действия программы: 2015-2019 уч.г.

Зав. кафедрой д.ф.-м.н. проф. Борубаев А.А.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

10.09 2019 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2019-2020 учебном году на заседании кафедры

Прикладной математики и информатики

Протокол от 24.05 2019 г. № 9

Зав. кафедрой д.ф.-м.н. проф. Борубаев А.А.

Акмура

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

08.09 2020 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2020-2021 учебном году на заседании кафедры

Прикладной математики и информатики

Протокол от 28.08 2020 г. № 1

Зав. кафедрой д.ф.-м.н. проф. Борубаев А.А.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

7 сентября 2021 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2021-2022 учебном году на заседании кафедры

Прикладной математики и информатики

Протокол от 27.08 2021 г. № 1

Зав. кафедрой д.ф.-м.н. проф. Борубаев А.А.

Гусева Ю.В. 15-

Акмура

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

_____ 2022 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2022-2023 учебном году на заседании кафедры

Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 2022 г. № _____

Зав. кафедрой д.ф.-м.н. проф. Борубаев А.А.

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1	Цели преподавания курса:
1.2	• выработать у студентов глубокие знания основ теории обыкновенных дифференциальных уравнений,
1.3	• выработать умение применять полученные знания при исследовании конкретных дифференциальных уравнений, встречающихся в различных областях естествознания, техники и экономики

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ООП:		Б1.В.ДВ.02
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
2.1.1	Для освоения данной дисциплины студенты используют знания, умения и навыки, полученные в ходе освоения программы дисциплин алгебры, геометрии и математического анализа	
2.2	Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
2.2.1	Математические методы и модели исследования операций	

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ПК-8: способностью использовать для решения аналитических и исследовательских задач современные технические средства и информационные технологии

Знать:

Уровень 1	современные технические средства, применяемые для решения аналитических и исследовательских задач
Уровень 2	основные информационные технологии, используемые для решения аналитических и исследовательских задач
Уровень 3	

Уметь:

Уровень 1	выбирать современные технические средства для решения аналитических и исследовательских задач
Уровень 2	выбирать основные информационные технологии для решения аналитических и исследовательских задач
Уровень 3	

Владеть:

Уровень 1	навыками использования современных технических средств для решения аналитических и исследовательских задач
Уровень 2	навыками использования основных информационных технологий для решения аналитических и исследовательских задач
Уровень 3	

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	и применять на практике основные методы дифференциальных уравнений
3.2	Уметь:
3.2.1	применять полученные знания при исследовании конкретных дифференциальных уравнений, встречающихся в различных областях естествознания и техники
3.3	Владеть:
3.3.1	навыками практических задач

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Примечание
	Раздел 1. Примеры приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия. Линейные системы дифференциальных уравнений						

1.1	Примеры приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия /Лек/	4	2	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.1 Л2.3 Л2.2 Л2.1 Л3.2 Л3.1	2	С использование м мультимедийн ой презентации
1.2	Примеры приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия /Пр/	4	4	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.1 Л2.3 Л2.1 Л3.2 Л3.1	2	Технология сотрудничеств а, включающая работу в малых группах
1.3	Примеры приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия /Ср/	4	6	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.1 Л2.3 Л2.1 Л3.2 Л3.1 Э1	0	
1.4	Геометрическая интерпретация уравнения $y'=f(x,y)$. Метод изоклин. Примеры. /Лек/	4	2	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.1 Л2.3 Л2.1 Л3.2 Л3.1	2	С использование м мультимедийн ой презентации
1.5	Геометрическая интерпретация уравнения $y'=f(x,y)$. Метод изоклин. Примеры. /Пр/	4	4	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.1 Л2.3 Л2.1 Л3.2 Л3.1 Э1	2	Технология сотрудничеств а, включающая работу в малых группах
1.6	Геометрическая интерпретация уравнения $y'=f(x,y)$. Метод изоклин. Примеры. /Ср/	4	6	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л2.3 Л2.1 Л3.2 Л3.1 Э1	0	
1.7	Аналитические методы решения уравнения $y'=f(x,y)$. /Лек/	4	2	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.1 Л2.3 Л2.1 Л3.2 Л3.1	2	С использование м мультимедийн ой презентации
1.8	Аналитические методы решения уравнения $y'=f(x,y)$. /Пр/	4	4	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.1 Л2.3 Л2.1 Л3.2 Л3.1 Э1	2	Технология сотрудничеств а, включающая работу в малых группах
1.9	Аналитические методы решения уравнения $y'=f(x,y)$. /Ср/	4	6	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.1 Л2.3 Л2.1 Л3.2 Л3.1 Э1	0	
1.10	Линейные системы второго порядка и методы их решения. Метод Эйлера. Метод исключения. /Лек/	4	2	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л2.3 Л2.1	0	
1.11	Линейные системы второго порядка и методы их решения. Метод Эйлера. Метод исключения. /Пр/	4	4	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л2.3 Л2.1 Э1	2	Технология сотрудничеств а, включающая работу в малых группах
1.12	Линейные системы второго порядка и методы их решения. Метод Эйлера. Метод исключения. /Ср/	4	6	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л2.3 Л2.1 Э1	0	
	Раздел 2. Фазовые траектории. Линейные разностные уравнения						

2.1	Фазовые траектории линейных систем. /Лек/	4	2	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л2.3 Л2.1 Л3.2 Л3.1	0	
2.2	Фазовые траектории линейных систем. /Пр/	4	4	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л2.3 Л2.1 Л3.2 Л3.1 Э1	0	
2.3	Фазовые траектории линейных систем. /Ср/	4	6	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л2.3 Л2.1 Л3.2 Л3.1 Э1	0	
2.4	Фазовые траектории нелинейных систем. /Лек/	4	2	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л2.3 Л2.1 Л3.2 Л3.1	0	
2.5	Фазовые траектории нелинейных систем. /Пр/	4	4	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л2.3 Л2.1 Л3.2 Л3.1 Э1	0	
2.6	Фазовые траектории нелинейных систем. /Ср/	4	6	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л2.3 Л2.1 Л3.2 Л3.1 Э1	0	
2.7	Линейные разностные уравнения первого порядка. /Лек/	4	2	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л2.3 Л2.1 Л3.2 Л3.1	0	
2.8	Линейные разностные уравнения первого порядка. /Пр/	4	4	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л2.3 Л3.2 Л3.1 Э1	0	
2.9	Линейные разностные уравнения первого порядка. /Ср/	4	6	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л2.3 Л2.1 Л3.2 Л3.1 Э1	0	
2.10	Линейные разностные уравнения второго порядка. /Лек/	4	2	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л2.3 Л2.1 Л3.2 Л3.1	0	
2.11	Линейные разностные уравнения второго порядка. /Пр/	4	4	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л2.3 Л2.1 Э1	0	
2.12	Линейные разностные уравнения второго порядка. /Ср/	4	6	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л2.3 Л2.1 Э1	0	
2.13	Система линейных разностных уравнений. /Лек/	4	2	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л2.3 Л2.1 Э1	0	
2.14	Система линейных разностных уравнений. /Пр/	4	4	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л2.3 Л2.1 Э1	0	
2.15	Система линейных разностных уравнений. /Ср/	4	5,8	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л2.3 Л2.1 Э1	0	

2.16	Контактная работа теоретического обучения /КрТО/	4	0,2	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л1.1 Л2.3 Л2.1 Л3.2 Л3.1 Э1	0	
2.17	Зачет с оценкой /ЗачётСОц/	4	0	ПК-8	Л1.3 Л1.4 Л1.2 Л1.1 Л2.3 Л2.2 Л2.1 Л3.2 Л3.1 Э1	0	

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

1. Примеры приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия
2. Геометрическая интерпретация уравнения $y'=f(x,y)$. Метод изоклин. Примеры.
3. Аналитические методы решения уравнения $y'=f(x,y)$.
4. Линейные системы второго порядка и методы их решения. Метод Эйлера. Метод исключения.
5. Фазовые траектории линейных систем.
6. Фазовые траектории нелинейных систем.
7. Линейные разностные уравнения первого порядка.
8. Линейные разностные уравнения второго порядка.
9. Система линейных разностных уравнений.

Задания для проверки уровня обученности УМЕТЬ

1. Вычислить дифференциальных уравнений 1-го и 2-го порядка
2. Решить уравнения $y'=f(x,y)$
3. Вычислить линейных систем второго порядка. Метод Эйлера. Метод исключения
4. Определить тип положения фазовых траекторий линейных систем
5. Определить тип положения фазовых траекторий нелинейных систем
6. Вычислить линейных разностных уравнений первого порядка
7. Вычислить линейных разностных уравнений второго порядка
8. Вычислить систему линейных разностных уравнений

Задания для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ

1. Методами решения дифференциальных уравнений 1-го и 2-го порядка
2. Методом изоклина
3. Аналитическими методами решения уравнения $y'=f(x,y)$.
4. Методами решения линейных систем второго порядка. Метод Эйлера. Метод исключения
5. Методом определения тип положения фазовых траекторий линейных систем
6. Методом определения тип положения фазовых траекторий нелинейных систем
7. Методами решения линейных разностных уравнений первого порядка
8. Методами решения линейных разностных уравнений второго порядка
9. Методами решения системы линейных разностных уравнений

5.2. Темы курсовых работ (проектов)

не предусмотрены

5.3. Фонд оценочных средств

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА. Перечень заданий в ПРИЛОЖЕНИИ 1

ЗАДАЧА. Перечень заданий в ПРИЛОЖЕНИИ 2

5.4. Перечень видов оценочных средств

Контрольная работа

Задача

(Шкалы оценивания по всем видам оценочных средств в ПРИЛОЖЕНИИ 3)

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Юмагулов М.Г.	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Теория и приложения : Учебник	Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика 2008

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.2	Понтрягин Л.С.	Обыкновенные дифференциальные уравнения: Учебник	М.: Наука Гл. ред. физ.-мат. лит. 1970
Л1.3	Филиппов А.Ф.	Сборник задач по дифференциальным уравнениям: Сборник задач	Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика 2000
Л1.4	Егоров А.И.	Обыкновенные дифференциальные уравнения и система Maple: учебное пособие	М.: СОЛОН-Пресс 2016
6.1.2. Дополнительная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Амелькин В.В.	Дифференциальные уравнения в приложениях	-М. Физматлит 1987
Л2.2	Киселев А.И., Краснов М.Л., Макаренко Г.И.	Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям: учебное пособие для вузов	М.: Высшая школа 1967
Л2.3	Егоров А.И.	Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями: учебное пособие	М.: ФИЗМАТЛИТ 2005
6.1.3. Методические разработки			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.1	Финкель Л.А.	Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям: учебное пособие	Бишкек: Изд-во КРСУ 2008
Л3.2	Л.А. Финкель, В.Б. Никуличев	Составление и решение обыкновенных дифференциальных уравнений прикладных задач: Учебно-методическое пособие	2010
6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"			
Э1	Iprbook		http://www.iprbookshop.ru/
6.3. Перечень информационных и образовательных технологий			
6.3.1 Компетентностно-ориентированные образовательные технологии			
6.3.1.1	Традиционные образовательные технологии – лекции, практические занятия репродуктивного типа, ориентированные прежде всего на сообщение знаний и способов действий, передаваемых студентам в готовом виде и предназначенных для воспроизводящего усвоения и разбора конкретных образцов.		
6.3.1.2			
6.3.1.3	Инновационные образовательные технологии – занятия в интерактивной форме, которые формируют системное мышления и способность генерировать идеи при решении различных творческих задач. К ним относятся электронные тексты лекций с презентациями, практические занятия, использующие технологию сотружества (решение ситуационных задач в малых группах)		
6.3.1.4			
6.3.1.5	Информационные образовательные технологии – самостоятельное использование студентом компьютерной техники и интернет-ресурсов для выполнения практических заданий и самостоятельной работы.		
6.3.2 Перечень информационных справочных систем и программного обеспечения			
6.3.2.1	Онлайн сервисы для учебы SolverBook -http://ru.solverbook.com/spravochnik/differencialnye-uravneniya/		

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
7.1	Лекционная аудитория на 50 посадочных мест.(Корпус 5, ауд.105)
7.2	Аудитория для проведения практических занятия традиционного типа (Корпус 5, ауд.103)
7.3	Компьютерный класс для проведения практических занятий, выполнения самостоятельной работы и просмотра фото-, аудио-, мультимедиа, видео-материалов (корпус 4, ауд. 108);
7.4	Интерактивная доска;
7.5	Проектор;
7.6	Презентации лекций по основным темам;
7.7	Набор учебных программ.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
Технологическая карта дисциплины в ПРИЛОЖЕНИИ 4
МОДУЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВКЛЮЧАЕТ: 1. Текущий контроль: усвоение учебного материала на аудиторных занятиях (лекциях, практических, в том числе учитывается посещение и активность) и выполнение обязательных заданий для самостоятельной работы 2. Рубежный контроль: проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Выполнение модульных контрольных заданий проводится в письменном виде и является обязательной компонентой модульного контроля. 3. Промежуточный контроль - завершенная задокументированная часть учебной дисциплины (6 семестр - зачет) –

совокупность тесно связанных между собой зачетных модулей.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОМЕЖУТОЧНОМУ КОНТРОЛЮ

При явке на зачёт студенты обязаны иметь при себе зачётные книжки, которые они предъявляют экзаменатору в начале зачета или экзамена.

Преподавателю предоставляется право поставить зачёт без опроса по билету тем студентам, которые набрали более 60 баллов за текущий и рубежный контроль.

На промежуточном контроле студент должен верно ответить на теоретические вопросы билета и решить ситуационную задачу.

Студенты могут использовать технические средства, справочно-нормативную литературу, наглядные пособия, учебные программы.

Оценка промежуточного контроля:

- min 20 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ (в случае, если при ответах на заданные вопросы студент правильно формулирует основные понятия)
- 20-25 баллов – Задания для проверки уровня обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ (в случае, если студент правильно формулирует сущность заданной в билете проблемы и дает решение задачи)
- 25-30 баллов - Задания для проверки уровня обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ (в случае полного выполнения контрольного задания)

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕКУЩЕМУ КОНТРОЛЮ.

Для понимания материала и качественного его усвоения рекомендуется такая последовательность действий:

1. После прослушивания лекции и окончания учебных занятий, при подготовке к занятиям следующего дня, нужно сначала просмотреть и обдумать текст лекции, прослушанной сегодня.
2. При подготовке к следующей лекции, нужно просмотреть текст предыдущего материала, подумать о том, какая может быть тема следующей лекции.
3. В течение недели выбрать время для работы с рекомендуемой литературой.
4. При подготовке к спратическим занятиям следующего дня, необходимо сначала прочитать основные понятия и подходы по теме домашнего задания. При выполнении задания нужно сначала понять, что в нем требуется, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения.
5. Для подготовки к пратическим занятиям и выполнению самостоятельной работы необходимо сначала прочитать основные понятия и подходы по теме задания. Рекомендуется использовать методические указания по курсу, конспекты лекций. При выполнении задания нужно сначала понять, что требуется в нем, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план выполнения, а затем приступить к заданию и сделать качественный вывод. Рекомендуется использовать наборы учебных обучающих программ;
6. При подготовке к промежуточному и рубежному контролю нужно изучить теорию: определения всех понятий и подходы к оцениванию до состояния понимания материала и самостоятельно выполнить несколько типовых заданий.
7. Отработки пропущенных занятий.

Контроль над усвоением студентами материала учебной программы дисциплины осуществляется систематически преподавателем кафедры и отражается в журнале преподавателя и в баллах. Студент, получивший неудовлетворительную оценку по текущему материалу, обязан подготовить данный раздел и ответить по нему преподавателю на индивидуальном собеседовании. При фронтальном обучении неудовлетворительная оценка должна быть отработана в течение месяца со дня ее получения, при цикловом обучении - до конца цикла.

Пропущенная без уважительных причин лекция должна быть отработана методом устного опроса лектором или подготовки реферата по материалам пропущенной лекции в течение месяца со дня пропуска. Возможны и другие методы отработки пропущенных лекций (опрос на практических, тестовый контроль и т.д.).

Отработка практических занятий.

- Каждое занятие, пропущенное студентом без уважительной причины, отрабатывается в обязательном порядке. Отработки проводятся по расписанию кафедры, согласованному с деканатом.

- При фронтальном обучении пропущенные занятия должны быть отработаны в течение 10 дней со дня пропуска, при цикловом обучении - до конца цикла. Пропущенные студентом без уважительной причины практические занятия отрабатываются не более одного занятия в день. Пропущенные занятия по уважительной причине (по болезни, пропуски с разрешения деканата) отрабатываются по тематическому материалу без учета часов.

- Студент, не отработавший пропуск в установленные сроки, допускается к очередным занятиям только при наличии разрешения декана или его заместителя в письменной форме. Не разрешается устранение от очередного практического занятия студентов, слабо подготовленных к данным занятиям.

- Для студентов, пропустивших практическое занятия из-за длительной болезни, отработка должна проводиться после разрешения деканата по индивидуальному графику, согласованному с кафедрой.

- В исключительных случаях (участие в межвузовских конференциях, соревнованиях, олимпиадах, дежурство и др.) декан и его заместитель по согласованию с кафедрой могут освобождать студентов от отработок некоторых пропущенных занятий.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА.

Для написания контрольных работ студентам необходимо внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия, проработать аналогичные задания, рассматриваемые преподавателем на лекционных занятиях, разобранных на практических занятиях. Контрольная работа состоит из 3-х теоретических вопросов и из 3-х практических задач.

Пример выполнения контрольной работы в ПРИЛОЖЕНИИ 5

ЗАДАЧА.

Для выполнения задач студентам необходимо внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия, проработать аналогичные задания, рассматриваемые преподавателем на лекционных занятиях, разобранных на практических занятиях. Задача состоит из более 3-х задач.

Пример выполнения задачи в ПРИЛОЖЕНИИ 6

Раздел 1. ПРИМЕРЫ ПРИВОДЯЩИЕ К ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ. ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Теоретические вопросы:

1. Линейные уравнения первого порядка с постоянными коэффициентами
2. Линейное однородное уравнения первого порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера
3. Линейное неоднородное уравнения первого порядка с постоянными коэффициентами.
4. Линейные уравнения первого порядка с переменными коэффициентами
5. Линейное однородное уравнения первого порядка с переменными коэффициентами. Метод Эйлера
6. Линейное неоднородное уравнения первого порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных (Метод Лагранжа)
7. Задача Коши и решение
8. Линейные системы дифференциальных уравнений. Свойства
9. Фундаментальная система решений. Общее решение
10. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера
11. Линейные системы. Метод исключения
12. Линейные неоднородные системы. Метод Лагранжа
13. Формула Коши
14. Задача Коши и решение

Пример практического индивидуального задания

1. Найти общее решение следующего однородного дифференциального уравнения:
 - 1.1. $y' - 3y = 0$
 - 1.2. $3y'^2 - 23y'y + 14y^2 = 0$
2. Найти общее решение следующего неоднородного дифференциального уравнения:
 - 2.1. $y' + 3y = x^2 + x + 1$
 - 2.2. $y' + y = e^x (\sin x + x \cos x)$
3. Решить следующего дифференциального уравнения:
 - 3.1. $y' + \frac{2y}{x} = \frac{1}{x} e^{-x^2};$
 - 3.2. $y' + y \cos x = \sin 2x;$
 - 3.3. $(2x - y^2)y' = 2y, y(\pi/2) = 1.$
1. Решить однородную систему дифференциальных уравнений и задачу Коши:
 - 1.1.
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y \\ \dot{y} = 3x + 4y \end{cases}$$
 - 1.2.
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y + 2z \\ \dot{y} = x + 2z \\ \dot{z} = -2x + y - z \end{cases} \quad \begin{matrix} x(0) = 2, y(0) = 0, \\ z(0) = 0 \end{matrix}$$
2. Найти фазовые траектории системы дифференциальных уравнений:
 - 2.1.
$$\begin{cases} \dot{x} = x - y \\ \dot{y} = 2(y - x) \end{cases}$$

$$2.2. \begin{cases} \dot{x} = x - 2y \\ \dot{y} = 3x + 4y \end{cases}$$

3. Решить неоднородную систему дифференциальных уравнений:

$$3.1. \begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y + 4e^{5t}, \\ \dot{y} = x + 2y. \end{cases}$$

$$3.2. \begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y, \\ \dot{y} = x - 2y + 2\sin t. \end{cases}$$

4. Решить систему дифференциальных уравнений методом Лагранжа

$$4.1. \begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y + \frac{2}{e^t - 1}, \\ \dot{y} = 6x + 3y - \frac{3}{e^t - 1}. \end{cases}$$

$$4.2. \begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y, \\ \dot{y} = 2x - y + 15e^t \sqrt{t}. \end{cases}$$

Раздел 2. ФАЗОВЫЕ ТРАЕКТОРИИ. ЛИНЕЙНЫЕ РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Теоретические вопросы:

1. Фазовые траектории линейных систем второго порядка с постоянными коэффициентами
2. Особые точки и их классификация
3. Теорема существования решения уравнения неразрешенного относительно производной
4. Устойчивость решения по Ляпунову
5. Метод первого приближения
6. Фазовые траектории нелинейных систем.
7. Линейные разностные уравнения первого порядка.
8. Линейные разностные уравнения второго порядка.
9. Система линейных разностных уравнений.

Пример практического индивидуального задания

1. Начертить интегральные кривые с методом изоклина:

$$1.1. y' = y + x$$

$$1.2. y' = y - x^2$$

2. Найти фазовые траектории:

$$2.1. \begin{cases} x' = x + e^y - \cos y \\ y' = 3x - y - \sin y \end{cases}$$

$$2.2. \begin{cases} x' = x + e^y - \cos y \\ y' = 3x - y - \sin y \end{cases}$$

3. Найти особую точку:

$$3.1. \frac{dy}{dx} = \frac{-3x + 5y}{-4x + 6y}$$

$$3.2. \frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{x - 4y}$$

4. Исследовать на устойчивость

$$4.1. \begin{cases} x' = 2xy - x + y \\ y' = 5x^4 + y^3 + 2x - 3y \end{cases}$$

$$4.2. \begin{cases} x' = 2xy - x + y \\ y' = 5x^4 + y^3 + 2x - 3y \end{cases}$$

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ ВАРИАНТЫ ЗАДАЧ

РАЗДЕЛ 1. ПРИМЕРЫ ПРИВОДЯЩИЕ К ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ.
ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ. ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ

4. Найти общее решение следующего однородного дифференциального уравнения:

1.1. $y' = 5y$

1.2. $y'^3 + 2yy'^2 - y'y'^2 - 2y^3 = 0$

5. Найти общее решение следующего неоднородного дифференциального уравнения:

2.1. $y' - 2y = 0.5$

2.2. $y' - 4y = e^{-2x}(x^3 + 1)$

6. Решить следующего дифференциального уравнения:

3.1. $y' - \frac{2x}{x^2 + 1}y = x^2 + 1;$

3.2. $(2x + 1)y' = 4x + 2y;$

1.
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y \\ \dot{y} = 3x + 4y \end{cases}$$

1.2.
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y + 2z \\ \dot{y} = x + 2z \\ \dot{z} = -2x + y - z \end{cases} \quad \begin{matrix} x(0) = 2, y(0) = 0, \\ z(0) = 0 \end{matrix}$$

5. Найти фазовые траектории системы дифференциальных уравнений:

2.1.
$$\begin{cases} \dot{x} = x - y \\ \dot{y} = 2(y - x) \end{cases}$$

2.2.
$$\begin{cases} \dot{x} = x - 2y \\ \dot{y} = 3x + 4y \end{cases}$$

6. Решить неоднородную систему дифференциальных уравнений:

3.1.
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y + 4e^{5t}, \\ \dot{y} = x + 2y. \end{cases}$$

3.2.
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y, \\ \dot{y} = x - 2y + 2\sin t. \end{cases}$$

7. Решить систему дифференциальных уравнений методом Лагранжа

4.1.
$$\begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y + \frac{2}{e^t - 1}, \\ \dot{y} = 6x + 3y - \frac{3}{e^t - 1}. \end{cases}$$

4.2.
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y, \\ \dot{y} = 2x - y + 15e^t \sqrt{t}. \end{cases}$$

РАЗДЕЛ 2. ФАЗОВЫЕ ТРАЕКТОРИИ. ЛИНЕЙНЫЕ РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

5. Начертить интегральные кривые с методом изоклина:

1.1. $y' = y + x$

1.2. $y' = y - x^2$

6. Найти фазовые траектории:

2.1.
$$\begin{cases} x' = x + e^y - \cos y \\ y' = 3x - y - \sin y \end{cases}$$

2.2.
$$\begin{cases} x' = x + e^y - \cos y \\ y' = 3x - y - \sin y \end{cases}$$

7. Найти особую точку:

3.1.
$$\frac{dy}{dx} = \frac{-3x + 5y}{-4x + 6y}$$

3.2.
$$\frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{x - 4y}$$

8. Исследовать на устойчивость

4.1.
$$\begin{cases} x' = 2xy - x + y \\ y' = 5x^4 + y^3 + 2x - 3y \end{cases}$$

4.2.
$$\begin{cases} x' = 2xy - x + y \\ y' = 5x^4 + y^3 + 2x - 3y \end{cases}$$

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (рубежный контроль)

№	Наименование показателя	Отметка (в %)
Теоретическая часть		0-100
1	Вопрос 1	0-30
2	Вопрос 2	0-30
3	Вопрос 3	0-30
4	Дополнительный вопрос	0-10
Практическая часть		
1	Задача 1	0-100
2	Задача 2	0-100
3	Задача 3	0-100
Всего баллов		Среднее арифм. %

Примечание: Шкала оценивания решения задачи.

Пример.

7. Найти общее решение следующего однородного дифференциального уравнения:

$$y' - 3y = 0$$

8. Решить следующего дифференциального уравнения: $y' + \frac{2y}{x} = \frac{1}{x} e^{-x^2}$;

9. Найти общее решение следующего неоднородного дифференциального уравнения:

$$y' + 3y = x^2 + x + 1;$$

Содержание верного решения задачи и указания к оцениванию

Элементы ответа: (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла).

- 1) Записано решение 1-задачи и указан алгоритм решения
- 2) Записано общее решение 2-задачи и указан алгоритм решения
- 3) Записано решение уравнение 2-задачи и указан алгоритм решения
- 4) Линейное однородное уравнения первого порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера

Указания к оцениванию / %

- Решение правильное и полное, включающее все приведенные выше / 85-100 %
- Решение включает 1-й, 2-й и 3-й из приведенных выше элементов / 70-84 %
- Решение неполное, включает 1-й и 2-й или 1-й и 3-й из приведенных выше элементов / 60-69 %
- Все элементы записаны неверно или записан правильно только один элемент (1-й, 2-й или 3-й) / 0-60 %

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ (текущий контроль)

- 85-100 % - Решение всех задач правильное и полное.
- 70-84 % - Решение включает 1-й, 2-й и 3-й из приведенных задач.
- 60-69 % - Решение неполное, включает 1-й и 2-й, 1-й и 3-й или 2-й и 3-й из приведенных задач.
- 31-60 % - Все элементы записаны неверно или записан правильно только один элемент (1-й, 2-й или 3-й).
- 0-30 % - Не было попытки решить задачу.

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ УСТНОГО ОПРОСА (промежуточный контроль – «ЗНАТЬ»)

При оценке устных ответов на проверку уровня обученности ЗНАТЬ учитываются следующие критерии:

1. Знание основных процессов изучаемой предметной области, глубина и полнота раскрытия вопроса.
2. Владение терминологическим аппаратом и использование его при ответе.
3. Умение объяснить сущность явлений, событий, процессов, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы.
4. Владение монологической речью, логичность и последовательность ответа, умение отвечать на поставленные вопросы, выражать свое мнение по обсуждаемой проблеме.

(16-20 баллов) выставляется, если студент ответил на все теоретические вопросы в билете и при этом:

1. Присутствует : 1)правильность, полнота и глубина ответа (верное и глубокое изложение фактов, понятий, иллюстрация ответа конкретными примерами; отсутствие необходимости в уточняющих вопросах); 2) логическая последовательность изложения материала в процессе ответа.

2. Или студент не выполнил одного из перечисленных требований, но ответил правильно на один дополнительный вопрос в пределах программы.

3. Или не выполнил два из перечисленных требований, но правильно ответил на два дополнительных вопроса в пределах программы.

(10-15 баллов) выставляется, если студент ответил на все теоретические вопросы в билете, но при этом либо отсутствует правильность, полнота и глубина ответа (верное и глубокое изложение фактов, понятий, иллюстрация ответа конкретными примерами; отсутствие необходимости в уточняющих вопросах);

либо нет логической последовательности изложения материала в процессе ответа; в некоторых заданиях допущены арифметические ошибки и неправильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.

(5-10 баллов) выставляется, если студент ответил на 2 теоретических вопросов в билете, а в остальных допущены грубые ошибки и неправильно ответил на два дополнительных вопроса в пределах программы.

(1-4 баллов) выставляется, если студент ответил менее 2 теоретических вопросов, а в остальных допущены грубые ошибки и не может ответить ни на один дополнительный вопрос в пределах программы

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ (промежуточный контроль – «УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ»)

При оценке ответов на проверку уровня обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ учитываются следующие критерии:

(8-10 баллов) выставляется, если студент выполнил все задания в билете и при этом:

1. Присутствует: 1) решил все предложенные ему задачи;

2) указано решение задачи.

2. Или студент не выполнил одного из перечисленных требований, но ответил правильно на один дополнительный вопрос по решению задач.

3. Или не выполнил два из перечисленных требований, но правильно ответил на два дополнительных вопроса по решению задач.

(4-7 баллов) выставляется, если студент выполнил 3-4 заданий в билете, в некоторых заданиях допущены арифметические ошибки.

(1-3 баллов) выставляется, если студент выполнил 1-2 задания в билете, а в остальных допущены грубые ошибки.

(0 баллов) выставляется, если студент не выполнил не одного задания в билете, даже не было попытки решить задачи.

Дисциплина: Дифференциальные и разностные уравнения
 В38030138_11_34Э ММЭ_R.plm
 Направление/профиль: В38030136_15_23Э БУАА.PLM.XML
 В38030135_15_23Э ЭПО.PLM.XML
 В38030140_15_23Э_АРИЭБ.PLM.XML
 Группа: ЭММ-1-15, БиА-1,2-15, ЭП-1-15, ЭАР-1-15
 Курс/семестр: 3/6
 Количество кредитов (ЗЕ): 2
 Отчетность: Зачетно-экзаменационная ведомость (зачет)
 Преподаватель: Керимбеков Акылбек, Сейдакмат кызы Эркеаим.

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Примеры приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия. Линейные системы дифференциальных уравнений	Текущий контроль	Активность и посещаемость, СРС	5	8	32
	Рубежный контроль	Контрольная работа по разделу	15	27	
Модуль 2					
Фазовые траектории. Линейные разностные уравнения	Текущий контроль	Активность и посещаемость, СРС	5	8	38
	Рубежный контроль	Контрольная работа по разделу	15	27	
ВСЕГО за семестр			40	70	
Промежуточный контроль (Зачет)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

РАЗДЕЛ 1. ПРИМЕРЫ ПРИВОДЯЩИЕ К ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ. ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Теоретические вопросы:

15. Линейное однородное уравнения первого порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера
16. Линейное неоднородное уравнения первого порядка с постоянными коэффициентами.
17. Линейные уравнения первого порядка с переменными коэффициентами

Пример практического индивидуального задания

10. Найти общее решение следующего однородного дифференциального уравнения:

$$y' - 3y = 0$$

Решение.

1. Решение дифференциального уравнения $y' - 3y = 0$ ищем в виде $y = e^{\lambda x}$;
2. Относительно неизвестного числа λ выписываем характеристическое уравнение $\Delta(\lambda) = \lambda - 3 = 0$ и находим корни в виде $\lambda = 3$;
3. Корень характеристического уравнения $\lambda = 3$ подставляя в равенство $y = e^{\lambda x}$, получим частное решение в виде $y = e^{3x}$;
4. Общее решение дифференциального уравнения находим по равенству $\bar{y}(x) = Ce^{3x}$, где C - постоянное число.

2. Найти общее решение следующего неоднородного дифференциального уравнения:

$$y' - 5y = e^{5x}(x^2 - 3x + 7)$$

Решение.

А) *Находим общее решение однородного уравнения:*

1. Решение дифференциального уравнения $y' - 5y = 0$ ищем в виде $y = e^{\lambda x}$;
2. Относительно неизвестного числа λ выписываем характеристическое уравнение $\Delta(\lambda) = \lambda - 5 = 0$ и находим корни в виде $\lambda = 5$;
3. Корень характеристического уравнения $\lambda = 5$ подставляя в равенство $y = e^{\lambda x}$, получим частное решение в виде $y = e^{5x}$;
4. Общее решение дифференциального уравнения находим по равенству $\bar{y}(x) = Ce^{5x}$, где C - постоянное число.

Б) *Находим частное решение неоднородного уравнения:*

1. Правая часть уравнения имеет вид $f(x) = e^{5x}(x^2 - 3x + 7)$, отсюда находим $\alpha = 5$, $m = 2$;
2. $s = 1$, так как $\alpha = 5$ корень характеристического уравнения;
3. Учитывая вышеуказанные, частное решение неоднородного уравнения ищем в виде $\tilde{y}(x) = e^{5x}(b_0x^2 + b_1x + b_2) = e^{5x}(b_0x^3 + b_1x^2 + b_2x)$,
здесь b_0, b_1, b_2 - неизвестные числа;

4. Эту функцию и производную этой функции

$$\tilde{y}'(x) = e^{5x} [5b_0x^3 + (5b_1 + 3b_0)x^2 + (b_2 + 2b_1)x + b_2]$$

подставляя в исходную функцию получим следующее:

$$\begin{aligned} e^{5x} [5b_0x^3 + (5b_1 + 3b_0)x^2 + (b_2 + 2b_1)x + b_2] - 5e^{5x} (b_0x^3 + b_1x^2 + b_2x) = \\ = e^{5x} (x^2 - 3x + 7), \\ e^{5x} (3b_0x^2 + 2b_1x + b_2) = e^{5x} (x^2 - 3x + 7) \end{aligned}$$

5. Сокращая это равенство на функцию e^{5x} , получим $(3b_0x^2 + 2b_1x + b_2) = (x^2 - 3x + 7)$.

Приравнявая левую и правую часть равенства по одинаковым степеням x , относительно чисел b_0, b_1 и b_2 получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 3b_0 = 1 \\ 2b_1 = -3 \\ b_2 = 7 \end{cases}$$

6. Решая систему, находим $b_0 = \frac{1}{3}$, $b_1 = -\frac{3}{2}$, $b_2 = 7$;

7. Найденные значения b_0, b_1 и b_2 подставляя в $\tilde{y}(x) = e^{5x} (b_0x^3 + b_1x^2 + b_2x)$, находим частное решение уравнения $\tilde{y}(x) = e^{5x} \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{3}{2}x + 7 \right)$.

8. Общее решение находим по равенству $y(x) = \bar{y}(x) + \tilde{y}(x) = Ce^{5x} + e^{5x} \left(\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{2}x + 7 \right)$

3. Решить следующего дифференциального уравнения: $y' + \left(1 + \frac{1}{x} \right) y = e^{-x} (x^2 - 1)$

Решение. Общее решение находим по формуле $y(x) = e^{-\int p(x)dx} \left(C_1 + \int e^{\int p(x)dx} f(x)dx \right)$

Согласно этой формуле определим функцию:

1) $p(x) = 1 + \frac{1}{x}$, $f(x) = e^{-x} (x^2 - 1)$;

2) вычислим интеграл

$$\int p(x)dx = \int \left(1 + \frac{1}{x} \right) dx = x + \ln x;$$

3) Вычисляем интеграл

$$\begin{aligned} \int e^{\int p(x)dx} f(x)dx &= \int e^{(x+\ln x)} e^{-x} (x^2 - 1)dx = \int e^x x e^{-x} (x^2 - 1)dx = \\ &= \int (x^3 - x)dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \end{aligned} ;$$

4) Найденные значения подставляя в $y(x) = e^{-\int p(x)dx} \left(C_1 + \int e^{\int p(x)dx} f(x)dx \right)$, общее решение находим

$$y(x) = e^{-(x+\ln x)} \left(C_1 + \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right) = e^{-x} \frac{1}{x} \left(C_1 + \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right).$$

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАЧ

РАЗДЕЛ 1. ПРИМЕРЫ ПРИВОДЯЩИЕ К ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ.
ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ. ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ

Пример практического индивидуального задания

11. Найти общее решение следующего однородного дифференциального уравнения: $y' = 5y$

Решение.

5. Решение дифференциального уравнения $y' = 5y$ ищем в виде $y = e^{\lambda x}$;
6. Относительно неизвестного числа λ выписываем характеристическое уравнение $\Delta(\lambda) = \lambda - 5 = 0$ и находим корни в виде $\lambda = 5$;
7. Корень характеристического уравнения $\lambda = 5$ подставляя в равенство $y = e^{\lambda x}$, получим частное решение в виде $y = e^{5x}$;
8. Общее решение дифференциального уравнения находим по равенству $\bar{y}(x) = Ce^{5x}$, где C - постоянное число.

4. Найти общее решение следующего неоднородного дифференциального уравнения:

$$y' - 4y = e^{-2x}(x^2 + 1)$$

Решение.

А) *Находим общее решение однородного уравнения:*

5. Решение дифференциального уравнения $y' - 4y = 0$ ищем в виде $y = e^{\lambda x}$;
6. Относительно неизвестного числа λ выписываем характеристическое уравнение $\Delta(\lambda) = \lambda - 4 = 0$ и находим корни в виде $\lambda = 4$;
7. Корень характеристического уравнения $\lambda = 4$ подставляя в равенство $y = e^{\lambda x}$, получим частное решение в виде $y = e^{4x}$;
8. Общее решение дифференциального уравнения находим по равенству $\bar{y}(x) = Ce^{4x}$, где C - постоянное число.

Б) *Находим частное решение неоднородного уравнения:*9. Правая часть уравнения имеет вид $f(x) = e^{-x}(x^2 + 1)$, отсюда находим $\alpha = -1$, $m = 2$;10. $s = 0$, так как $a = 4$ корень характеристического уравнения;

11. Учитывая вышеуказанные, частное решение неоднородного уравнения ищем в виде

$$\tilde{y}(x) = e^{-x}(b_0 x^2 + b_1 x + b_2),$$

здесь b_0, b_1, b_2 - неизвестные числа;

12. Эту функцию и производную этой функции

$$\tilde{y}'(x) = e^{-x}(-b_0 x^2 - b_1 x - b_2 + 2b_0 x + b_1)$$

подставляя в исходную функцию получим следующее:

$$e^{-x}(b_0 x^2 + b_1 x + b_2) - 4e^{-x}(-b_0 x^2 - b_1 x - b_2 + 2b_0 x + b_1) = e^{-x}(x^2 + 1)$$

$$e^{-x}(5b_0 x^2 + 5b_1 x - 8b_0 x + 5b_2 - 4b_1) = e^{-x}(x^2 + 1)$$

13. Сокращая это равенство на функцию e^{-x} , получим $5b_0 x^2 + 5b_1 x - 8b_0 x + 5b_2 - 4b_1 = x^2 + 1$.Приравнявая левую и правую часть равенства по одинаковым степеням x , относительно чисел b_0, b_1 и b_2 получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 5b_0 = 1 \\ 5b_1 - 8b_0 = 0 \\ 5b_2 - 4b_1 = 1 \end{cases}$$

14. Решая систему, находим $b_0 = \frac{1}{5}$, $b_1 = \frac{8}{25}$, $b_2 = \frac{7}{125}$;

15. Найденные значения b_0, b_1 и b_2 подставляя в $\tilde{y}(x) = e^{-x}(b_0 x^2 + b_1 x + b_2)$, находим частное решение уравнения $\tilde{y}(x) = e^{-x}(\frac{1}{5}x^2 + \frac{8}{25}x + \frac{7}{125})$.

16. Общее решение находим по равенству $y(x) = \bar{y}(x) + \tilde{y}(x) = Ce^{-x} + e^{-x}(\frac{1}{5}x^2 + \frac{8}{25}x + \frac{7}{125})$

5. Решить следующего дифференциального уравнения: $y' + \frac{2}{(2x+1)}y = \frac{4x}{(2x+1)}$;

Решение. Общее решение находим по формуле $y(x) = e^{-\int p(x)dx} (C_1 + \int e^{\int p(x)dx} f(x)dx)$

Согласно этой формуле определим функцию:

1) $p(x) = \frac{2}{(2x+1)}$, $f(x) = \frac{4x}{(2x+1)}$;

2) вычислим интеграл

$$\int p(x)dx = \int \frac{2}{(2x+1)}dx = \ln(2x+1);$$

3) Вычисляем интеграл

$$\int e^{\int p(x)dx} f(x)dx = \int e^{\ln(2x+1)} \frac{4x}{(2x+1)}dx = \int (2x+1) \frac{4x}{(2x+1)}dx = \int 4xdx = 2x^2;$$

4) Найденные значения подставляя в $y(x) = e^{-\int p(x)dx} (C_1 + \int e^{\int p(x)dx} f(x)dx)$, общее решение находим

$$y(x) = e^{-\ln(2x+1)} (C + 2x^2) = \frac{1}{(2x+1)} (C + 2x^2).$$