МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОУ ВПО Кыргызско-Российский Славянский университет
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

Высшая математика

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **Высшей математики**

Учебный план b380301_23_1_эк_мен.plx
Укрупненная группа направлений "Экономика и управление"

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **10 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 360
в том числе:
аудиторные занятия 162
самостоятельная работа 161,8
экзамены 35,7

Виды контроля в семестрах:
экзамены 2
зачеты 1

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	**1 (1.1)**		**2 (1.2)**		Итого	
Недель	19		18			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП	УП	РП
Лекции	36	36	36	36	72	72
Практические	54	54	36	36	90	90
Контактная работа в период теоретического обучения	0,2	0,2			0,2	0,2
Контактная работа в период экзаменационной сессии			0,3	0,3	0,3	0,3
В том числе инт.	4	4	4	4	8	8
Итого ауд.	90	90	72	72	162	162
Контактная работа	90,2	90,2	72,3	72,3	162,5	162,5
Сам. работа	89,8	89,8	72	72	161,8	161,8
Часы на контроль			35,7	35,7	35,7	35,7
Итого	180	180	180	180	360	360

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., доцент, Курманбаева А. К.;к. ф.-м. н., доцент, Гончарова И. В.;ст. преподаватель, Комарцова Е. А.

Рецензент(ы):

д.ф.-м.н., профессор, Байзаков А. Б. _________________

Рабочая программа дисциплины

Высшая математика

разработана в соответствии с ФГОС 3++:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (приказ Минобрнауки России от 12.08.2020 г. № 954)

составлена на основании учебного плана:

Укрупненная группа направлений "Экономика и управление"

утвержденного учёным советом вуза от 27.06.2023 протокол № 11.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

Высшей математики

Протокол от 30.08 2023 г. № 1
Срок действия программы: 2023-2027 уч.г.
Зав. кафедрой проф. Лелевкина Л. Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

__ __________ 2024 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2024-2025 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от __ __________ 2024 г. № __
Зав. кафедрой проф. Лелевкина Л. Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

__ __________ 2025 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от __ __________ 2025 г. № __
Зав. кафедрой проф. Лелевкина Л. Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

__ __________ 2026 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от __ __________ 2026 г. № __
Зав. кафедрой проф. Лелевкина Л. Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

__ __________ 2027 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от __ __________ 2027 г. № __
Зав. кафедрой проф. Лелевкина Л. Г.

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	Целями освоения дисциплины являются: обучение основным математическим понятиям и методам основных разделов высшей математики для понимания ее роли в профессиональной деятельности; формирование личности студента, развитие его интеллекта и способностей к логическому и алгоритмическому мышлению.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	
2.1	**Требования к предварительной подготовке обучающегося:**
2.1.1	Для успешного усвоения дисциплины «Высшая математика» необходимо иметь базовую подготовку по элементарной математике в объеме программы средней школы.
2.2	**Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**
2.2.1	Экономическая статистика
2.2.2	Эконометрика, а также данная дисциплина необходима для успешного освоения финансово-экономических дисциплин учебного плана.
2.2.3	Бухгалтерский учет
2.2.4	Макроэкономика
2.2.5	Микроэкономика

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
ОПК-2: Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач;	
Знать:	
Уровень 1	важность современной и актуальной информации;
Уровень 2	представление об источниках информации;
Уровень 3	анализ деятельности и решения поставленных задач
Уметь:	
Уровень 1	использовать традиционные методики обработки данных в зависимости от поставленных задач;
Уровень 2	математический аппарат, необходимый для решения профессиональных задач в экономических дисциплинах
Уровень 3	Теоретические и методологические основы естественнонаучных дисциплин и способы их использования при решении конкретных профессиональных задач
Владеть:	
Уровень 1	Методами сбора, анализа информации и в состоянии продемонстрировать навыки по сбору, анализу и обработке показателей, характеризующих деятельность рыночного субъекта;
Уровень 2	навыками работы с учебной литературой, основной терминологией и понятийным аппаратом базовых естественнонаучных дисциплин
Уровень 3	Навыками использования теоретических основ базовых разделов естественнонаучных дисциплин при решении конкретных профессиональных задач

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	**Знать:**
3.1.1	Методы линейной алгебры; виды и свойства матриц, системы линейных аналитических уравнений, N-мерное линейное пространство, векторы и линейные операции над ними; основы линейной алгебры, необходимые для решения экономических задач.Понятие предела функции в точке, понятие непрерывности функции в точке и на отрезке; понятие производной, ее
3.1.2	геометрический, механический и экономический смыслы; понятие неопределённого и определённого интегралов, их свойства; основные применения интегрального исчисления; понятие предела и непрерывности функции многих переменных; основы теории вероятностей и математической статистики, необходимых для решения финансовых и экономических задач;
3.2	**Уметь:**
3.2.1	использовать аппарат линейной алгебры; применять методы математического моделирования для решения экономических задач; вычислить пределы функции; определить точки разрыва функции; находить производные, дифференциалы функции; исследовать функции с помощью производной и построить график, применить правило Лопиталя; найти неопределенный

3.2.2	интеграл; вычислить определенный интеграл; установить сходимость несобственного интеграла; находить частные производные первого, второго и высшего порядков, исследовать функцию двух переменных на экстремум; применять теоретико-вероятностные и статистические методы для решения экономических задач
3.3	**Владеть:**
3.3.1	навыками решения задач линейной алгебры; навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов; методами и алгоритмами решений задач по основным разделам дисциплины; навыками работы с математической литературой; навыками употребления математической символики для выражения количественных и качественных отношений объектов; навыками построения графиков функций и их использования, методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития
3.3.2	экономических явлений и процессов (в части компетенций, соответствующих методам теории вероятностей).

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетен-ции	Литература	Инте ракт.	Пр. подг.	Примечание
	Раздел 1. Линейная и векторная алгебра							
1.1	Введение. Матрицы и действия над ними. Определители и их свойства /Лек/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.6 Л2.4 Л2.1Л3.6 Э1			
1.2	Миноры. Алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Ранг матрицы /Лек/	1	1	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.4 Л2.1Л3.6 Э1			
1.3	Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Крамера. Решение СЛАУ с помощью обратной матрицы. Метод Гаусса /Лек/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.6 Л2.4 Л2.1Л3.6 Э1			
1.4	Общее решение неоднородных СЛАУ. Базисные решения. Однородные СЛАУ. /Лек/	1	1	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.6 Л2.4 Л2.1Л3.6 Э1			
1.5	Векторы. Основные понятия. Основные формулы векторной алгебры. Скалярное произведение и его свойства. Применение. /Лек/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.6 Л2.4 Л2.1Л3.5 Э1			
1.6	Собственные векторы и собственные значения матрицы. /Лек/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.6 Л2.1Л3.5 Э1			
1.7	Матрицы и действия над ними. Вычисление определителей второго и третьего порядков. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.5 Л2.2Л3.6 Э1			
1.8	Миноры. Алгебраические дополнения. Вычисление определителей третьего и выше порядков. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.5 Л2.2Л3.6 Э1			
1.9	Обратная матрица. Решение матричных уравнений. Ранг матрицы /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.5 Л2.2Л3.6 Э1			
1.10	Решение СЛАУ с помощью обратной матрицы и по методу Крамера. Решение квадратных систем методом Гаусса. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.5 Л2.2Л3.6 Э1			

1.11	Решение произвольных систем методом Гаусса. Совместность системы. Общее решение. Базисное решение системы. Решение однородных систем. /Пр/	1	4	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.5 Л2.2Л3.6 Э1			
1.12	Векторы. Операции над векторами. Скалярное произведение векторов и его применение. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.2Л3.5 Э1			
1.13	Нахождение собственных значений и собственных векторов. Линейная модель обмена. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.5Л3.5 Э1			
1.14	Выполнение домашних заданий и типовых расчетов по разделу "Линейная и векторная алгебра" /Ср/	1	22	ОПК-2	Л1.2 Э1			
	Раздел 2. Аналитическая геометрия							
2.1	Прямая на плоскости. Различные уравнения прямой на плоскости. Основные задачи. /Лек/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.6 Л2.4Л3.4 Э1			
2.2	Кривые второго порядка /Лек/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.4Л3.4 Э1			
2.3	Прямая на плоскости. Различные виды прямой на плоскости. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.5 Л2.2Л3.4 Э1			
2.4	Основные задачи прямой на плоскости. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.5 Л2.2Л3.4 Э1			
2.5	Кривые второго порядка. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.5 Л2.2Л3.4 Э1			
2.6	Выполнение домашних заданий и типового расчета по разделу "Аналитическая геометрия" /Ср/	1	10	ОПК-2	Л1.2 Э1			
	Раздел 3. Пределы функции							
3.1	Функция. Основные характеристики. Предел функции и его свойства. /Лек/	1	3	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4 Э1			
3.2	Первый и второй замечательные пределы. /Лек/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4 Э1			
3.3	Непрерывность функции. Классификация точек разрыва. Свойства функций непрерывных на отрезке. /Лек/	1	1	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4 Э1			
3.4	Функция. Область определения. Четность и нечетность. Периодичность. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4 Э1			
3.5	Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4 Э1			

3.6	Замечательные пределы. /Пр/	1	3	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4 Э1			
3.7	Непрерывность функции. /Пр/	1	1	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4 Э1			
3.8	Выполнение домашних заданий и типовых расчетов по разделу "Пределы функций" /Ср/	1	14	ОПК-2	Л1.2 Э1			
	Раздел 4. Производные функции. Применение производных							
4.1	Производные функций. Определение производной и ее геометрический, механический и экономический смыслы. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Дифференциал функции. /Лек/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.6 Л2.4 Л2.1 Э1			
4.2	Дифференцирование сложных функций. Логарифмическое дифференцирование. Неявное дифференцирование. Параметрически заданные функции и их дифференцирование. Производные и дифференциалы высших порядков. /Лек/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.6 Л2.4 Л2.1 Э1			
4.3	Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Ролля, Лагранжа, Ферма. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя /Лек/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.6 Л2.4 Л2.1 Э1			
4.4	Исследование функций с помощью производной: возрастание, убывание функции. Экстремум функции. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке. /Лек/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.6 Л2.4 Л2.1 Э1			
4.5	Выпуклость, вогнутость функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Полное исследование функции и построение графиков. /Лек/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.6 Л2.4 Л2.1 Э1			
4.6	Нахождение производных основных элементарных функций. Основные правила дифференцирования. /Пр/	1	3	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.5 Л2.2 Э1			
4.7	Дифференцирования сложных функций. Логарифмическое дифференцирование, дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. /Пр/	1	5	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.5 Л2.2 Э1			

4.8	Правило Лопиталя. /Пр/	1	1	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.5 Л2.2 Э1			
4.9	Исследование функций с помощью производной: возрастание, убывание функции. Экстремум функции. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.5 Л2.2 Э1			
4.10	Выпуклость, вогнутость функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Полное исследование функции и построение графиков. /Пр/	1	3	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.5 Л2.2 Э1			
4.11	Применение производной в экономике. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.5 Э1	2		
4.12	Выполнение домашних заданий и типового расчета по разделу "Производные функции. Применение производных" /Ср/	1	26	ОПК-2	Л1.2 Э1			
	Раздел 5. Функции нескольких переменных							
5.1	Функции нескольких переменных. Основные понятия и определения. Частные производные первого порядка.Полный дифференциал. /Лек/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.6 Л2.4 Л2.1Л3.3 Э1			
5.2	Частные производные и дифференциалы высших порядков. /Лек/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.6 Л2.4Л3.3 Э1			
5.3	Экстремум функции двух переменных. /Лек/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.6 Л2.4 Л2.1Л3.3 Э1			
5.4	Нахождение области определения функций нескольких переменных, построение линий уровня. Нахождение частных производных первого порядка и полного дифференциала функций двух переменных. /Пр/	1	4	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.5 Л2.2 Э1			
5.5	Частные производные высших порядков. Дифференцирование сложных и неявно заданных функций. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.5 Л2.2 Э1			
5.6	Экстремум функции нескольких переменных. Функции нескольких переменных в экономике /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.4Л2.5 Л2.2 Э1	2		
5.7	/КрТО/	1	0,2	ОПК-2	Л1.2 Э1			

5.8	Выполнение домашних заданий и типовых расчетов по разделу "Функции нескольких переменных" /Ср/	1	17,8	ОПК-2	Л1.2 Э1			
	Раздел 6. Интегральное исчисление.							
6.1	Неопределенный интеграл. Определение. Свойства. Таблица интегралов. Непосредственное интегрирование /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.1Л3.1 Э1			
6.2	Основные методы интегрирования (интегрирование по частям; замена переменной) /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.1Л2.6 Л2.4Л3.1 Э1			
6.3	Интегрирование тригонометрических; рациональных и иррациональных функций /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.1Л2.6 Л2.4Л3.1 Э1			
6.4	Определенный интеграл. Лпределение. Свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям в определенном интеграле /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.1Л2.6 Л2.4Л3.2 Э1			
6.5	Применение определенного интеграла:вычисление площади криволинейной трапеции, длина дуги; экономические приложения). Несобственный интеграл. /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.1Л2.6 Л2.4Л3.2 Э1			
6.6	Непосредствнное интегрирование. Введение под знак дифференциала /Пр/	2	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.1Л2.5 Л2.2Л3.2 Э1			
6.7	Метод интегрирования по частям. Интегрирование квадратных трехчленов. Метод подстановки /Пр/	2	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.1Л2.5 Л2.2Л3.2 Э1			
6.8	Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций. /Пр/	2	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.1Л2.5 Л2.2Л3.2 Э1			
6.9	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и метод подстановки для определенных интегралов. /Пр/	2	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.1Л2.5 Л2.2Л3.2 Э1			
6.10	Применение определенного интеграла в геометрии и экономики. Несобственный интеграл первого рода. /Пр/	2	2	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.1Л2.5 Л2.2Л3.2 Э1			
6.11	Выполнение домашних заданий и типового расчета по разделу "Интегральное исчисление" /Ср/	2	16	ОПК-2	Л1.3 Л1.2 Л1.1Л2.5 Л2.2Л3.2 Л3.1 Э1			
	Раздел 7. Случайные события							
7.1	Введение. Определение вероятности. Свойства. Различные подходы к определению вероятности. /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.2Л2.3 Э1			

7.2	Основные теоремы теории вероятности. /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.2 Э1			
7.3	Формула полной вероятности и формула Байеса. /Лек/	2	1	ОПК-2	Л1.2 Э1			
7.4	Схема повторных независимых испытаний. Формула Бернулли. Приближенные формулы в схеме Бернулли. Следствия. /Лек/	2	3	ОПК-2	Л1.2 Э1			
7.5	Элементы комбинаторики /Пр/	2	2	ОПК-2	Л1.2 Э1			
7.6	Теоремы сложения и умножения. /Пр/	2	2	ОПК-2	Л1.2 Э1	2		
7.7	Формула полной вероятности, формула Байеса. /Пр/	2	1	ОПК-2	Л1.2 Э1			
7.8	Схема повторных независимых опытов /Пр/	2	3	ОПК-2	Л1.2 Э1			
7.9	Выполнение домашних заданий и типового расчета /Ср/	2	16	ОПК-2	Л1.2 Э1			
	Раздел 8. Случайные величины							
8.1	Дискретные случайные величины и их числовые характеристики /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.2 Э1			
8.2	Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.2 Э1			
8.3	Основные законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.2 Э1			
8.4	Дискретные случайные величины. Закон распределения ДСВ, числовые характеристики /Пр/	2	2	ОПК-2	Л1.2 Э1			
8.5	Непрерывные случайные величины. Функция распределения и функция плотности распределения НСВ. Числовые характеристики /Пр/	2	2	ОПК-2	Л1.2 Э1			
8.6	Основные законы распределения ДСВ и НСВ /Пр/	2	2	ОПК-2	Л1.2 Э1	2		
8.7	Выполнение домашних заданий и типового расчета по разделу "Случайные величины" /Ср/	2	12	ОПК-2	Л1.2 Э1			
	Раздел 9. Математическая статистика. Выборочный метод							
9.1	Выборка. Статистические ряды и их графическое представление. Числовые характеристики. /Лек/	2	4	ОПК-2	Л1.2 Э1			
9.2	Статистические оценки: точечные и интервальные оценки параметров распределения /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.2 Э1			
9.3	Статистический ряд и его графическое представление. Эмпирическая функция распределения /Пр/	2	1	ОПК-2	Л1.2 Э1			

9.4	Числовые характеристики выборки /Пр/	2	3	ОПК-2	Л1.2 Э1			
9.5	Интервальные и точечные оценки /Пр/	2	2	ОПК-2	Л1.2 Э1			
9.6	Выполнение домашних заданий и типового расчета по разделу "Математическая статистика. Выборочный метод" /Ср/	2	16	ОПК-2	Л1.2 Э1			
	Раздел 10. Критерий согласия Пирсона. Элементы теории корреляции и регрессии							
10.1	Проверка статистических гипотез. Критерий согласия Пирсона /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.2 Э1			
10.2	Элементы теории корреляции и регрессии для несгруппированных данных /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.2 Э1			
10.3	Ранговая корреляция /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.2 Э1			
10.4	Критерий согласия Пирсона /Пр/	2	2	ОПК-2	Л1.2 Э1			
10.5	Корреляция и регрессия для несгруппированных данных /Пр/	2	2	ОПК-2	Л1.2 Э1			
10.6	Ранговая корреляция. Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла /Пр/	2	2	ОПК-2	Л1.2 Э1			
10.7	/КрЭк/	2	0,3	ОПК-2	Л1.2 Э1			
10.8	Выполнение домашних заданий и типового расчета /Ср/	2	12	ОПК-2	Л1.2 Э1			
10.9	Подготовка к экзамену /Экзамен/	2	35,7	ОПК-2	Л1.2 Э1			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

1. Определители 2-го, 3-го и n-го порядков, их свойства.
2. Определение, виды матриц. операции. Действия над ними.
3. Обратная матрица.
4. Ранг матрицы.
5. Общие сведения о системах уравнений: совместность, несовместность.
6.Метод Крамера решения систем n линейных уравнений с n неизвестными.
7. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
8. Метод Гаусса решения систем уравнений.
9. Теорема Кронекера-Капелли.
10. Базисные решения системы.
12. n-мерный вектор и векторное пространство.
13. Операции над векторами. Линейная зависимость системы векторов.
14. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису.
15. Скалярное произведение векторов и его свойства.
17. Собственные векторы и собственные значения матрицы.
18. Уравнение прямой на плоскости. Различные формы записи уравнений.
19. Угол между прямыми, условия параллельности, перпендикулярности, пересечение прямых.
20. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в заданном отношении.
21. Общие сведения о линиях второго порядка.
22. Кривые второго порядка. Эллипс. Окружность. Основные характеристические точки и прямые.
23. Гипербола. Парабола.
24. Определение функции, способы ее задания.
25.Графики функций и их преобразования.

26. Основные характеристики функции: ограниченность, четность, нечетность, периодичность, монотонность.
27. Различные виды функций: основные элементарные, сложные, взаимообратные.
28. Определение предела функции.
29. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
30. Геометрический смысл предела.
31. Свойства пределов функции.
32. Первый замечательный предел и его разновидности.
33. Второй замечательный предел и его разновидности.
34. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими функциями.
35 Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.
36.Односторонние пределы.
37.Задачи, приводящие к понятию производной.
38. Определение производной функций. Геометрический, экономический и механический смыслы производной.
39. Основные правила дифференцирования.
40. Алгоритм нахождения производной функции. Пример.
41. Таблица производных основных функций.
42. Дифференцирование сложных функций.
43. Дифференцирование обратной функции.
44. Дифференцирование параметрически заданной функции.
45. Логарифмическое дифференцирование.
46.Дифференцирование неявно заданной функции.
47.Дифференциал функции и его применение.
48. Производные и дифференциалы второго и высших порядков.
49. Правило Лопиталя.
50. Монотонность функции. Экстремум функции.
51. Выпуклость, вогнутость функции. Точки перегиба.
52. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
53. Функции нескольких переменных: область определения, линии уровня.
54. Предел и непрерывность функции двух переменных.
55. . Частные производные первого порядка.
56. Полный дифференциал функции. Частные производные сложных и неявных функций.
57. Частные производные второго и высших порядков.
68. Смешанные производные. Теорема о равенстве смешанных производных второго порядка.
59. Экстремум функции двух переменных.
60. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.

2-семестр

1. Первообразная функции и неопределенный интеграл.
2. Таблица неопределенных интегралов.
3. Непосредственное интегрирование неопределенных интегралов.
4. Свойства неопределенного интеграла.
5. Интегрирование подведением под знак дифференциала.
6. Интегрирование методом замены переменной.
7. Интегрирование по частям.
8. Интегрирование дробно-рациональных функций методом неопределенных коэффициентов.
9. Интегрирование тригонометрических функций.
10. Интегрирование иррациональных функций. Некоторые случаи подстановок.
11. Задачи, приводящие к определенному интегралу.
12. Определение определенного интеграла. Теорема существования и единственности.
13. Свойства определенного интеграла.
14. Формула Ньютона-Лейбница.
15. Замена переменой и интегрирование по частям в определенном интеграле.
16. Приложения определенного интеграла: вычисление площади фигур.
17. Приложения определенного интеграла: вычисление длины дуги и объема тел вращения.
18. Несобственные интегралы. Несобственные интегралы I и II рода и их свойства.
19. Предмет теории вероятностей.
20.Дайте определения случайного, невозможного, достоверного событий. Приведите примеры.
21.Дайте определение противоположных событий. Приведите примеры.
22. Какие события называются несовместными. Приведите примеры.
23. Комбинаторика. Принципы сложения и умножения.
24. Комбинаторика. Перестановки. Сочетания. Размещения.
25. Сформулируйте классическое определение вероятности и свойства вероятности.
26. Какие два события называются взаимно независимыми. Как записать условие их взаимной независимости.
27. В чем состоит биномиальная схема испытаний Бернулли.
28.. Дайте определение случайной величины. Приведите примеры.
29. Какие случайные величины называются дискретными?
30. Какие случайные величины называются непрерывными?

31. Дайте определение функции распределения. Каковы ее основные свойства.
32. Чему равна вероятность попадания значения непрерывной случайной величины в заданную точку?
33.Может ли равняться нулю вероятность попадания значения непрерывной случайной величины в заданный промежуток?
34. Дайте определение числовой характеристики случайной величины.
35. Что характеризует математическое ожидание случайной величины?
36.. Что характеризует дисперсия случайной величины?
37. Что такое стандартное нормальное распределение?
38. Является ли распределение Пуассона дискретным или непрерывным?
39.Перечислите известные Вам непрерывные распределения.
40. Равномерное распределение и его числовые характеристики
41. Гипергеометрическое распределение
42. О чем гласит закон больших чисел?
43. Предмет математической статистики.
44. Выборка, статистический ряд распределения.
45. Графическое изображение статистического ряда: полигон и гистограмма.
46. Эмпирическая функция распределения.
47. Числовые характеристики выборки
48. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки.
49. Точечная оценка генерального среднего по выборочному среднему.
50. Точечная оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной дисперсии.
51. Доверительный интервал, точность оценки, доверительная вероятность.
52. Доверительный интервал для неизвестного математического ожидания при известном σ.
53. Доверительный интервал для неизвестного математического ожидания при неизвестном σ.
54. Интервальная оценка среднего квадратического отклонения σ нормального распределения.
55. Понятие о статистической гипотезе.
56. Нулевая и конкурирующая гипотеза.
57. Ошибки первого и второго рода.
58. Статистический критерий. Критическая область.
59. Правило проверки статистической гипотезы.
60. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерии согласия Пирсона.
61. Основные задачи корреляционного анализа.
62. Функциональная и корреляционная зависимости.
63. Уравнение регрессии.
64. Нахождение уравнения линии регрессии по опытным данным.

Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ в ПРИЛОЖЕНИЯХ 1 и 2.

5.2. Темы курсовых работ (проектов)

5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Высшая математика» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам. В 1 семестре: Типовые расчеты №1, №2, №3,№4,№5 в количестве 10 вариантов, на усмотрение преподавателя контрольные работы № 1, 2, 3, 4, 5 (10 вариантов) или компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования (КОПТ) № 1, 2, 3,4,5 по разделам "Линейная алгебра", "Аналитическая геометрия", "Пределы ", «Производная», «Функции нескольких переменных».
Во 2 семестре: Типовые расчеты №1, №2, №3, №4, №5 ; в количестве 10 вариантов, контрольные работы - «Интегральное исчисление», «Случайные события", "Случайные величины", "Математическая статистика. Выборочный метод", Элементы теории корреляции"
Варианты типовых расчетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, контрольных работ – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4, компьютерных контрольно-обучающих программ тестирования (КОПТов) - ПРИЛОЖЕНИЕ № 5. Билеты для проведения итогового контроля в 1 семестре (зачет), во 2 семестре (экзамен), составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (приложение 1) и навыков (приложение 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образцы билетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6.

5.4. Перечень видов оценочных средств

Контрольные работы,
Контрольно-обучающая программа тестирования (КОПТ),
Типовые расчеты,
Тесты,
Билеты для промежуточной аттестации.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)			
6.1. Рекомендуемая литература			
6.1.1. Основная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Л. Г. Лелевкина, И. В. Гончарова, Н. М. Комарцов, К. Р. Карабакиров	Математический анализ: интегральное исчисление: учебник	Изд-во КРСУ 2021
Л1.2	Гмурман В.Е.	Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие	М.: Высшая школа 2002
Л1.3	Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман	Высшая математика для экономических специальностей: Учебник и практикум	2010
Л1.4	Лелевкина Л.Г., Гончарова И.В., Комарцова Е.А.	Математический анализ: дифференциальное исчисление. Ч. 1: учебник	Бишкек: Изд-во КРСУ 2019
6.1.2. Дополнительная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Попов А.М., Сотников В.Н., Попов А.М.	Высшая математика для экономистов: учебник для бакалавров	М.: Юрайт 2012
Л2.2	Письменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А.	Сборник задач по высшей математике. 1 курс: учебное пособие	М.: Айрис-пресс 2008
Л2.3	Кремер Н.Ш.	Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям	М.: ЮНИТИ-ДАНА 2010
Л2.4	Письменный Д.Т.	Конспект лекций по высшей математике: полный курс	М.: Айрис-пресс 2009
Л2.5	Под ред. В.И. Ермакова	Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учебное пособие	Москва .: ИНФРА-М 2005
Л2.6	Под ред. В.И. Ермакова	Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник	Москва .: ИНФРА-М 2003
6.1.3. Методические разработки			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.1	Лелевкина Л.Г., Карабакиров К.Р.	Методы интегрирования неопределенных интегралов: Учебное пособие	Бишкек: Изд-во КРСУ 2017
Л3.2	Давидюк Т.А., Гончарова И.В.	Определенный интеграл и его приложения: учебно-методическое пособие	Бишкек: Изд-во КРСУ 2010
Л3.3	Лелевкина Л.Г., Саламатина Е.А.	Функции двух и нескольких переменных: Учебное пособие	КР-СУ 2010
Л3.4	Лелевкина Л.Г.	Основы аналитической геометрии: Учебное пособие	КР-СУ 2012
Л3.5	Курманбаева А.К., Комарцова Е.А.	Линейная алгебра. Ч. 2: учебно-методическое пособие	Бишкек: Изд-во КРСУ 2017
Л3.6	Курманбаева А.К., Комарцова Е.А.	Линейная алгебра. Ч. 1: Учебно-методическое пособие	Бишкек: КРСУ 2015
6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"			
Э1	Сайт высшей математики КРСУ		www.matem.krsu.edu.kg
6.3. Перечень информационных и образовательных технологий			
6.3.1 Компетентностно-ориентированные образовательные технологии			
6.3.1.1	Традиционные образовательные технологии – лекции, практические занятия, ориентированные прежде всего на сообщение знаний и способов действий, передаваемых студентам в готовом виде и предназначенных для воспроизводящего усвоения и разбора конкретных задач.		
6.3.1.2	Инновационные образовательные технологии – занятия в интерактивной форме, которые формируют системное мышления и способность генерировать идеи при решении различных творческих задач. К ним относятся: проблемная лекция; лекция с визуализацией; лекция-диалог; диалоговая форма обучения (предполагает разработку целенаправленной системы вопросов, поиск ответов на которые служит основой для включения студентов в дискуссию, в самостоятельный поиск необходимой информации); групповая форма работы (парами, фронтальная, групповая, индивидуальная, микрогруппы); метод «мозгового штурма» (участники обсуждения высказывают большое количество вариантов решения той или иной задачи).		

6.3.1.3	Информационные образовательные технологии: электронные тексты лекций с презентациями; компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования, разработанные кафедрой; самостоятельное использование студентом компьютерной техники и интернет-ресурсов для выполнения домашних заданий, типовых расчетов и самостоятельной работы по различным разделам математического анализа.
6.3.2 Перечень информационных справочных систем и программного обеспечения	
6.3.2.1	Кафедра «Высшая математика» имеет постоянно действующий сайт, на котором содержится весь необходимый теоретический и практический материал для студентов, учебно-методические пособия (ЭУМП), учебнометодический комплекс данной специальности (ЭУМК), необходимый учебный материал (ЭУМ), электронный учебный курс (ЭУК) и электронная библиотека. Данные материалы размещены на сайте кафедры www.matem.krsu.edu.kg
6.3.2.2	Линейная алгебра. Курманбаева А.К., Комарцова Е.А. https://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/linalg2015.pdf
6.3.2.3	Аналитическая геометрия Лелевкина Л.Г., Джаналиева Ж.Р., Доулбекова С.Б. http://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/2012.pdf
6.3.2.4	Векторная алгебра Лелевкина Л.Г., Курманбаева А.К. http://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/9vectalg.pdf
6.3.2.5	Л.Г. Лелёвкина, И.В. Гончарова, Е.А. Комарцова Математический анализ: Дифференциальное исчисление. Часть I https://matem.krsu.edu.kg/images/new/klassicheskiy1.pdf
6.3.2.6	Л.Г. Лелёвкина, И.В. Гончарова, Н.М. Комарцов, К.Р. Карабакиров. Математический анализ: Интегральноеисчисление. Часть II. https://matem.krsu.edu.kg/images/files/MATAN_ch2_uchebnik_compressed.pdf
6.3.2.7	А.К.Курманбаева, И.В. Гончарова, Е.А. Комарцова .Учебное пособие "Теория вероятностей и математическая статистика", https://matem.krsu.edu.kg/images/files/tvms_2021.pdf
6.3.2.8	И.В. Гончарова, Н.М. Комарцов, Е.А. Комарцова Математическая статистика: корреляция и регрессия. https://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/correlat_regr.pdf

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1	Лекционная аудитория на 50 посадочных мест;
7.2	Аудитория для проведения практических занятий на 25 посадочных мест;
7.3	Компьютерный класс для выполнения самостоятельной работы и просмотра фото-, аудио-, мультимедия, видеоматериалов;
7.4	Проектор;
7.5	Презентации лекций по основным темам;
7.6	Компьютерная контрольно-обучающие программа тестирования.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Система балльной аттестации при изучении курса «Высшая математика » осуществляется по накопительной системе баллов и предполагает текущий, рубежный и промежуточный контроль. Все виды учебной деятельности оцениваются в баллах. Для контроля и ритмичности работы студентов в течение семестра вводятся аттестационные недели в соответствии с технологической картой дисциплины, с указанием минимальной и максимальной сумм баллов. Технологические карты дисциплины представлены в ПРИЛОЖЕНИИ 8.

МОДУЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВКЛЮЧАЕТ:

1. Текущий контроль: усвоение учебного материала на аудиторных занятиях (лекциях, практических, в том числе учитывается посещение и активность) и выполнение обязательных заданий для самостоятельной работы (домашних заданий, типовых расчетов).
2. Рубежный контроль: проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Выполнение модульных контрольных заданий проводится в письменном виде или с помощью компьютерной контрольно-обучающей программытестирования и является обязательной компонентой модульного контроля.
3. Промежуточный контроль - завершенная задокументированная часть учебной дисциплины – совокупность тесно связанных между собой зачетных модулей.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕКУЩЕМУ КОНТРОЛЮ

Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса. Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнение всех учебных заданий преподавателя, ознакомление с основной и дополнительной литературой. Запись лекции - одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения и выводы, обобщения, формулировки. Культура записи лекции - один из важнейших факторов успешного и творческого овладения знаниями. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти содержание, позволяет развивать аналитическое мышление.

В конце лекции преподаватель оставляет время (5-10 минут) для того, чтобы студенты имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Лекции в основном нацелены на освещение фундаментальных и широко используемых понятий и определений, теорем и их доказательств, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой. Предполагается также, что студенты приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемой программой. При подготовке к занятиям обучающийся должен просмотреть конспекты лекций, практических занятий, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы, решить задания домашней работы. Рекомендуется регулярно отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта лекций в тот же день после занятий, пометку материала конспекта, который вызывает затруднения для понимания. Следует найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, нужно сформулировать вопросы, обратиться за помощью к преподавателю на еженедельных консультациях. За посещение лекционных и практических занятий, а также за активную работу на них, студент получает поощрительные баллы, указанные в технологической карте.

Для закрепления пройденного материала и формирования навыков решения задач на каждом практическом занятия студент получает домашнее задание - 5-10 примеров, в зависимости от сложности, по пройденным темам. Для выполнения домашних заданий студентам необходимо внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно- методического пособия, проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях. Выполнение домашних заданий поощряется баллами, указанными в технологической карте

ВЫПОЛНЕНИЕ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Для формирования навыков и умений, предусмотренных компетенциями, а также для активизации самостоятельной работы студентам нужно выполнить типовые расчеты. Задания для типовых расчетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3. Номер варианта типового расчета выбирается согласно номера студента в списке группового журнала. Типовые расчеты выполняются в отдельной тетради с последующей обязательной защитой. Если студент за типовой расчет набирает баллы ниже минимального, установленного в технологической карте, то преподаватель возвращает типовой расчет на доработку. После доработки студент может получить только минимально возможное количество баллов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Перед выполнением типового расчета студентам нужно внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия; проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях, приведенные в рабочей программе образцы выполнения типовых расчетов (ПРИЛОЖЕНИЕ № 9). В случае затруднения выполнения заданий типового расчета следует обратиться с вопросами к преподавателю на еженедельных консультациях.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ

Рубежный контроль по дисциплине «Высшая математика » проводится в виде контрольной работы или контрольного тестирования (КОПТ). Образцы контрольных работ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 4, образецы КОПТ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ №5. До рубежного контроля студенты должны пройти текущий контроль: выполнить домашние задания, защитить типовой расчет.

Контрольные работы проводятся в отведенное преподавателем время согласно технологической карте. В случае, если студент отсутствовал на рубежном контроле по уважительной причине, то он должен согласовать с преподавателем время, когда он сможет пройти его, но обязательно до промежуточной аттестации. Если студент за рубежный контроль набирает менее минимального количества баллов, указанных в технологической карте, то он имеет не более двух возможностей пройти его повторно. При этом он может получить не более 75% от максимально возможных баллов, указанных в технологической карте.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо повторить пройденный теоретический материал по данному разделу, выписать и выучить используемые в данном разделе формулы, проработать задания из домашней работы и типового расчета.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОПТ

Компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования включают в себя задания с четырьмя вариантами ответов. В каждом задании можно обратиться к кратким методическим указаниям, разъясняющим каким методом, на основе использования какой формулы решается данное задание. После окончания тестирования, компьютер выдает каждому студенту, количество верно решенных заданий.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОМЕЖУТОЧНОМУ КОНТРОЛЮ

При явке на промежуточную аттестацию студенты обязаны иметь при себе зачётные книжки, которые они предъявляют экзаменатору в начале аттестации. Промежуточный контроль в 1 семестре -зачет, во 2 семестре - ЭКЗАМЕН. На промежуточном контроле студент должен верно ответить на теоретические вопросы билета и решить практические задания. Практические заданию состоят из задач для проверки уровней обученности Уметь, Владеть.

Оценка промежуточного контроля:
- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
- 20 баллов - Вопросы для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Образец билета приведен в ПРИЛОЖЕНИИ № 6.

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ в ПРИЛОЖЕНИИ № 10.
Итоговая оценка выставляется суммированием баллов текущего и итогового контролей следующим образом:
Оценка по 100-бальной шкале Оценка по традиционной системе
85 – 100 Отлично
70 – 84 Хорошо
60 – 69 Удовлетворительно
0 – 59 Неудовлетворительно

ПРИЛОЖЕНИЕ №1

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ *УМЕТЬ*

1 СЕМЕСТР

Раздел 1. Линейная и векторная алгебра

1. Найти: $P=(2A-3B)C$, где

$$A=\begin{pmatrix}2 & 5 & 3\\ 1 & -4 & 0\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}0 & 4 & 5\\ 5 & 1 & 6\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 1 & 1\\ 7 & 0\end{pmatrix}.$$

2. Выполнить действие: $3\cdot\begin{pmatrix}1 & 4 & -2\\ 5 & 2 & 1\\ 7 & 0 & 3\end{pmatrix}+4\cdot\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 5 & 0 & 2\\ 8 & 5 & 4\end{pmatrix}.$

3. Выполнить действие: $7\cdot\begin{pmatrix}1 & 4 & -2\\ 5 & 2 & 1\\ 7 & 0 & 3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 5 & 0 & 2\\ 8 & 5 & 4\end{pmatrix}.$

4. Найти матрицу $C=A^T-3B,$ где $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 5 & 6\\ 0 & 3\end{pmatrix}.$

5. Выполнить действие: $\begin{pmatrix}-5 & 2\\ -2 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -4\\ 2 & 0\end{pmatrix}.$

6. Найти произведение матрицы $A=\begin{pmatrix}5 & 7 & -2\end{pmatrix}$ на матрицу $B=\begin{pmatrix}2 & 3 & 1\\ 1 & 4 & 2\\ -2 & 3 & -1\end{pmatrix}.$

7. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix}1 & -2 & -4\\ 0 & -1 & 0\\ 3 & 1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & -1 & -1\\ 0 & 1 & -2\\ -1 & 1 & 3\end{pmatrix}.$

8. Найти произведение матриц AB и BA,если $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 3 & 4 & 5\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 5 & 1\end{pmatrix}.$

9. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 0 & -4 & -3 \\ 6 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

10. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -5 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

11. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & -4 \end{vmatrix}$.

12. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -7 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$.

13. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & -5 & -4 \\ -5 & 0 & 4 \\ -1 & -3 & -2 \end{vmatrix}$.

14. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо строке или столбцу: $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$.

15. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо строке или столбцу: $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 6 \\ -7 & 5 & 4 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

16. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо строке или столбцу: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 0 & -2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$.

17. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} -1 & -8 & 2 \\ -3 & 0 & -4 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} = 8$.

18. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -3.$

19. Вычислить алгебраическое дополнение A_{12} определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

20. Вычислить алгебраическое дополнение A_{24} определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решить системы уравнений методом Крамера, Гаусса, матричным способом:

21) $\begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases}$

22) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -5, \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$

23) $\begin{cases} x + 2y + z + 7 = 0, \\ 2x + y - z - 1 = 0, \\ 3x - y + 2z - 2 = 0. \end{cases}$

24) $\begin{cases} 2x + y + z - 7 = 0, \\ x + 2y + z - 8 = 0, \\ x + y + 2z - 9 = 0. \end{cases}$

25) $\begin{cases} x + 2y + 3z - 8 = 0, \\ 3x + y + z - 6 = 0, \\ 2x + y + 2z - 6 = 0. \end{cases}$

26) $\begin{cases} -2x + y + 6 = 0, \\ x - 2y - z - 5 = 0, \\ 3x + 4y - 2z - 13 = 0. \end{cases}$

27) $\begin{cases} 2x + y - z = 0, \\ 3x + 4y + 6 = 0, \\ x + z - 1 = 0. \end{cases}$

28) $\begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 3z = 16, \\ 5y - z = 10. \end{cases}$

29) $\begin{cases} x + y + z + 2 = 0, \\ x - y + 2z + 7 = 0, \\ 2x + 3y - z - 1 = 0. \end{cases}$

30) $\begin{cases} 2x - y + z = 3, \\ x + 3y - 2z = 1, \\ y + 2z = 8. \end{cases}$

31. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений
$$\begin{cases} 5x-3y+4z=0, \\ 3x+2y-z=0, \\ 8x-y+3z=0. \end{cases}$$

32. Даны координаты точек $A(1;3;5)$ и $B(2;5;6)$. Найти координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, длину вектора.

33. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{c}=\vec{a}-\frac{1}{5}\vec{b}$, если $\vec{a}=(1;2;1)$, $\vec{b}=(5;10;-5)$.

34. Найти угол между векторами $\vec{a}=\{1;2;-2\}$ и $\vec{b}=\{-2;6;3\}$.

35. Даны векторы $\vec{a}=0,5\vec{i}-3\vec{j}+3\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{i}-\vec{j}+5\vec{k}$. Найти скалярное произведение векторов.

36. Даны точки $A(3;-4;-2)$, $B(2;5;-2)$. Найти проекцию вектора $\overrightarrow{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями Ox, Oy углы $\alpha=60^0$, $\beta=120^0$ соответственно, а с осью Oz – тупой угол γ.

37. Вычислить угол, образованный векторами $\vec{a}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$ и $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}+6\vec{k}$.

38. Вычислить $пр_{\vec{a}}\vec{b}$, если $\vec{a}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}+6\vec{k}$.

39. Даны векторы $\vec{a}=0,5\vec{i}-3\vec{j}+3\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{i}-\vec{j}+5\vec{k}$, $\vec{c}=4\vec{i}+\vec{j}+4\vec{k}$. Найти проекцию вектора $\vec{a}$ на ось вектора $2\vec{b}-\vec{c}$.

40. При каких значениях α и β векторы $\vec{a}=\alpha\vec{i}+7\vec{j}+3\vec{k}$ и $\vec{b}=\vec{i}+\beta\vec{j}+2\vec{k}$ коллинеарны?

41. Найти значение α, при котором векторы $\vec{a}=\{\alpha+1;3-2\alpha;\alpha-1\}$ и $\vec{b}=\{1;4;4\}$ перпендикулярны.

42. Предприятие выпускает 4 вида продукции в количествах 50, 80, 20, 120 ед. Норма расхода сырья даны в матрице $A=\begin{pmatrix}7 & 4 & 10 & 5\end{pmatrix}$ кг. Определить суммарный расход сырья.

43. В бутик привезли 5 видов новой продукции в количестве 5, 10, 15, 20, 3 ед. При этом стоимость составляет соответственно 7; 3; 10; 4; 20 у.е. Определить объем денежных средств, потраченных на закупку новой продукции.

Раздел 2. Аналитическая геометрия

1. Составить общее уравнение прямой $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$ и указать координаты нормального вектора.
2. Даны вершины треугольника: $A(4;6)$, $B(-4;0)$, $C(-1;-4)$. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины A на сторону BC.
3. Найти угловой коэффициент прямой и отрезок, отсекаемый ею на оси координат, зная, что прямая проходит через точки $P(2;-8)$, $Q(-1;7)$.
4. Даны вершины треугольника: $A(1;2)$; $B(3;7)$; $C(5;-13)$. Вычислить длину высоты, опущенной из вершины C на сторону AB.
5. Две стороны квадрата лежат на прямых $2x+3y+11=0$, $2x+3y-13=0$. Вычислить его площадь.
6. Дано общее уравнение прямой $12x-5y-65=0$. Написать уравнение с угловым коэффициентом.
7. Прибыль от продажи 50 шт. некоторого товара составляет 50 у.е., 100 шт. – 200 у.е. Определить прибыль от продажи 500 шт. товара при условии, что функция прибыли линейна.
8. Издержки производства 100 шт. некоторого товара составляют 300 сом, а 500 шт. – 600 сом. Определить издержки производства 400 шт. товара при условии, что функция издержек линейна.
9. При цене 100 сом покупают 30 единиц некоторого товара, а при цене 140 сом – 20 единиц. Предполагая спрос линейной функцией составить уравнения спроса.
10. Прибыль от продажи некоторого товара в двух магазинах выражается функциями $y=-2+3x$ и $y=-3+16x/5$, где x – количество товара в сотнях штук, а y – прибыль в тысячах сом. Определить, начиная с какого количества товара более выгодной становится продажа во втором магазине.

11. Найти площадь треугольника, отсекаемого прямой $3x-4y-12=0$ от координатного угла.
12. Составить уравнение прямой, образующий угол 45^0 с положительным направлением оси абсцисс и отсекающей отрезок равный 4 от оси ординат.
13. Определить тип кривой и построить:

а) $(x-1)^2+(y+1)^2=1$; б) $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$; в) $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$; г) $y^2=4x$.

14. Определить тип кривой и построить:

а) $(x+2)^2+(y-1)^2=36$; б) $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$; в) $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{4}=1$; г) $y^2=2x$.

Раздел 3 «Пределы функции одной переменной»

Вычислить пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3+4x^2+1}{7x^3+5x^2+10}$,

2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^4+x+11}{2x^4+5x^2+1}$,

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+n+5}{3n^3+4n+6}$,

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+4x+1}{5x^2-10x+6}$,

5) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2+7x+3}{4x^2+5x+1}$,

6) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+n+5}{3n^3+4n+6}$,

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+4x+1}{5x^2-10x+6}$,

8) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3+4x^2+1}{7x^3+5x^2+10}$,

9) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{15x^3+4x^2+1}{x^3+5x^2+10}$,

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{12x^3+4x+1}{5x^2-10x+6}$,

11) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2+1}{7x^3+5x^2+10}$

12) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\left(x^2-4\right)}{x^2-5x+6}$

13) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\left(x+1\right)^2}{2+3x+x^2}$

14) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x-2}{x^2-4x+3}$

15) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-25}{x^2-5x}$

16) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{9-x^2}{x^2+x-6}$

17) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-3x+1}{\left(x-1\right)^2}$

18) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^2+6x+8}{x^2-16}$

19) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x-2}{x^2-3x+2}$

20) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3-\sqrt{x+7}}{6-3x}$

21) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+13}-4}{4x-12}$

22) $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{\sqrt{1-x}-3}{x+8}$

23) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x\ \ -1}{\sqrt{x+3}-2}$

Раздел 4 « Дифференцирование функций одной переменной»

Найти производные функций

1) $y=\left(3^x-\sqrt[3]{x}\right)\left(3arctgx-2\log_3 x\right)+\sqrt{2}$

2) $y=\dfrac{e^x-2}{\arcsin x+2\ln x}+\sin 1$

3) $y=\dfrac{\log_2 x+tg2}{\arccos x-2x^2}-\ln 10$

4) $y=\left(2\cos x-\dfrac{3}{x}\right)\left(arcctgx+4^3\right)$

5) $y=\left(2ctgx-\dfrac{5}{x^3}\right)\left(\cos x-\ln x\right)$

6) $y = \dfrac{2^x - x^2 + e^2}{2\log_2 x - 3}$

7) $y = \dfrac{5e^x + 3x^2}{2\arcsin x + 4\sin x} + tg5$

8) $y = (3\cos x - 4\ln x)\left(\dfrac{2}{x^2} + e^3\right)$

9) $y = \left(5ctgx + 7^x\right)\left(\sqrt[4]{x^3} + 3\sin x\right)$

10) $y = \left(5\arcsin x + 2^x\right)\left(\sqrt[5]{x^3} - 3tgx\right)$

11) $y = \dfrac{3\ln x + 5\sqrt[3]{x^7}}{2arctgx + 4} + \ln 7$

12) $y = \dfrac{3e^x + 5}{2tgx + 4\sqrt[3]{x^4}}$

13) $y = \left(3e^x - 4\cos x\right)\left(\log_3 x + 5tgx\right) + \sqrt{7}$

14) $y = \left(3tgx + 5\sqrt[5]{x^3}\right)\left(arcctgx - 4^x\right)$

15) $y = \left(2arctgx + 4^x\right)\left(3\ln x - x^3 + 1\right)$

16) $y = \left(2ctgx + 3\ln x\right)\left(4\arcsin x - \sqrt[4]{x^3}\right)$

17) $y = \sin\left(x^3 + 2\ln x\right) + \sqrt{2}$

Найти производные функций сложных функций

1. $y = \sin\left(x^3 + 2\ln x\right) + \sqrt{2}$
2. $y = \left(x + 4\sin x\right)^3$
3. $y = arctg\left(\sin 3x + 4\right)$
4. $y = \ln\left(3x^2 + 2tgx\right) + 1$
5. $y = 5^{\arcsin x - 3\sqrt{x}} + 2$
6. $y = \arccos\left(5x^2 + 5\right)$
7. $y = \sin\left(\sqrt[3]{x} + 4x\right) - 3$
8. $y = \log_5\left(\sin 2x + 4\right) + \sqrt{3}$
9. $y = tg\left(\log_2 x + 3\right)$

10. $y = 3^{\sqrt[4]{x}+2x}$

11. $y = \cos\left(3x - \frac{5}{x^2}\right)$

12. $y = \log_3(3x - \cos x)$

13. $y = \arcsin\left(2x^3 + \cos x\right)$

14. $y = ctg\left(\frac{6}{x^3} + \ln x\right)$

15. $y = \left(\frac{3}{x^3} + 4x\right)^3$

16. $y = \arccos(\ln x + 4tgx)$.

17. $y = \arccos(\cos 2x - \ln x)$.

18. $y = arctg\left(4e^x - 5\right)$.

Раздел 4 « Дифференцирование функций нескольких переменных»

1. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = y^2 x e^x$.

2. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \frac{x}{y^2 - 2x}$.

3. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = \ln\left(x^2 y + xy^2\right)$.

4. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = e^{x^2+y^2} - x - 1$.

5. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = \log_3\left(x^6 + y^2\right) + 5x^2 y^4 + 1$.

6. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^2 e^{xy}$.

7. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = \frac{y^2}{x + 7y}$.

8. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^3 y^4 - \sin(2x + 3y)$.

9. Найти производную $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^4 y^3 + e^{4x-3y}$.

10. Найти производную $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^6 y^2 - \cos(3x-5y)$.

2 СЕМЕСТР

Раздел 1 « Интегральное исчисление»

Найти неопределенный интеграл

1) $\int \dfrac{x7^x - 8 + 4x\cos x}{x} dx$.

2) $\int \dfrac{x^2-1}{x^2+1} dx$.

3) $\int \dfrac{(6x\ -3)^2}{x} dx$.

4) $\int \dfrac{x^2 2^x + x - \sqrt[4]{x^3}}{x^2} dx$.

5) $\int \dfrac{(2x-3)^2}{x^3} dx$.

6) $\int \dfrac{x^4 - 5x^2 e^x + 9x}{x^2} dx$.

7) $\int \dfrac{3xe^x - x\sin x + 5x}{x} dx$.

8) $\int \dfrac{(2x+3)^2}{x^5} dx$.

9) $\int \dfrac{2x+1}{x-1} dx$.

10) $\int \dfrac{x^2 e^x - 2e^x \sin x}{e^x} dx$.

11) $\int \dfrac{2x - 3x^2 e^x + \sqrt[4]{x^3} + 3x^2}{x^2} dx$.

12) $\int \dfrac{\left(3x + \sqrt[3]{x}\right)}{x^2} dx$.

13) $\int \dfrac{xe^x - 4\sqrt[4]{x} + 3x - 2}{x} dx$.

14) $\int \frac{x^2+1}{x-1}dx$.

15) $\int \frac{x^2\cos x+3x^2-5x}{x^2}dx$.

16) $\int \frac{e^x x^6+4x^6\sin x+9x^4}{x^6}dx$.

17) $\int \frac{(x+2)^2}{x^2}dx$.

18) $\int \frac{(x+1)^2}{x^5}dx$.

19) $\int \frac{x^2-6}{x-5}dx$.

20) $\int \frac{4x^3+15x^2e^x+14x^4}{x^2}dx$.

21) $\int \frac{x^2+3}{x^2+1}dx$.

22) $\int (3x-2)\cos 2x\,dx$.

23) $\int (3x-2)e^{2x}dx$.

24) $\int (3+9x)\cos 8x\,dx$.

25) $\int (x^2-3x)\ln x dx$.

26) $\int (5x+23)\cos 8x\,dx$.

27) $\int (10x-4)\sin 5x\,dx$.

28) $\int \left(5x^2-16x^4-2\right)\ln x\,dx$.

29) $\int x^4\ln x dx$.

30) $\int (2x+1)e^x dx$.

31) $\int (6x+2)\sin 6x\,dx$.

32) $\int (3\cos x+5)\sin x dx$.

33) $\int (3x-1)\sin 3x dx$.

34) $\int (2x+5)3^x dx$.

35) $\int \left(x^2+2x\right)\ln x dx$.

Вычислить определенные интегралы

1. $\int_{-\pi}^{\pi} \cos x \sin^6 x dx$.
2. $\int_{1}^{2} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$.
3. $\int_{0}^{1/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.
4. $\int_{0}^{1} 6\left(x^2 + x^3 e^{x^4}\right) dx$.
5. $\int_{\pi^2/9}^{\pi^2} \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.
6. $\int_{1}^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{x^6+1} dx$.
7. $\int_{1}^{e} \frac{\sin \ln x}{x} dx$.
8. $\int_{1}^{\sqrt{e}} \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} dx$.
9. $\int_{0}^{1} \frac{z^3}{z^8+1} dz$.
10. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x \cos^3 x dx$.
11. $\int_{0}^{1} \frac{1}{\sqrt{4-3x}} dx$.
12. $\int_{1}^{\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$.
13. $\int_{1}^{e} \frac{\ln^2 x}{x} dx$.
14. $\int_{0}^{\sqrt{\pi}/4} \frac{x}{\cos^2\left(x^2\right)} dx$.
15. $\int_{0}^{1} \sqrt[3]{1+7x} dx$
16. $\int_{0}^{1/2} arcctg 2x dx$.
17. $\int_{0}^{\pi/2} (x+3)\sin x dx$.
18. $\int_{1}^{e} x^3 \ln x dx$.
19. $\int_{-3}^{0} (x-2) e^{-x/3} dx$.
20. $\int_{-1}^{0} x \ln(1-x) dx$.
21. $\int_{1}^{2} \ln(3x+2) dx$.
22. $\int_{-1}^{0} (x+1) e^{-2x} dx$.
23. $\int_{0}^{1} 2x\, arctg x dx$.
24.
25. $\int_{0}^{4} \sqrt{16-x^2} dx.$
26. $\int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x^4} dx.$
27. $\int_{-3}^{3} x^2\sqrt{9-x^2} dx.$
28. $\int_{3}^{6} \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4} dx.$
29. $\int_{0}^{1} \sqrt{4-x^2} dx.$

30. $\int\limits_0^3 \frac{x^3}{\sqrt{9+x^2}}dx.$

31. $\int\limits_0^{\sqrt{7/3}} x^3\sqrt{7+x^2}\,dx.$

Раздел «Случайные события»

1. Участники жеребьевки тянут жетоны из ящика. Номера жетонов от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифру 6.

2. Бросают две шестигранные игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков – нечетное число.

3. В лотерее разыгрываются 500 билетов. Крупные выигрыши падают на билеты, номера которых содержат три одинаковых цифры. Некто купил один билет. Найти вероятность того, что он выиграет крупный выигрыш.

4. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность того, что сумма очков равна 8, а разность – 4?

5. Из колоды, содержащей 36 карт, наудачу извлекают одну. Найти вероятность того, что будет извлечена фигура любой масти (под фигурой понимают даму, валета, короля).

6. Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равно 8.

7. В ящике 10 красных и 6 синих пуговиц. Вынимается наудачу одна пуговица. Какова вероятность того, что пуговица будет красная?

8. Найти вероятность того, что подброшенная кость упадет, показав на верхней грани четное или кратное трем число очков.

9. Вероятность попадания стрелком в мишень, равна 0,9. Какова вероятность того, что он попадет только при первом выстреле из трех.

10. В урне находятся 6 шаров, из которых 3 белых. Наудачу вынуты один за другим два шара. Вычислить вероятность того, что оба шара окажутся белыми.

11. Вероятность правильного оформления счета на предприятии составляет 0,95. Во время аудиторской проверки были взяты два счета. Какова вероятность того, что только один из них оформлен правильно?

12. Предприятие обеспечивает регулярный выпуск продукции при безотказной поставке комплектующих от двух смежников. Вероятность отказа в поставке продукции от первого из смежников равна 0,05; от второго — 0,08. Найти вероятность сбоя в работе предприятия.

13. В одной урне находятся 4 белых и 8 черных шаров, другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой урны вынули по одному шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.

14. В урне находятся 15 белых и 6 черных шаров. Из нее вынимают наугад один шар, снова возвращают его в урну и шары перемешивают. Затем вынимают второй шар. Найдите вероятность, что оба вынутых шара белые.

15. Разрыв электрической цепи может произойти только вследствие выхода из строя элемента K_1 или одновременного выхода двух элементов K_2 и K_3, которые выходят из строя с вероятностями 0,3; 0,2; 0,2. Найти вероятность разрыва цепи.

16. На отдельных карточках написаны буквы «и», «л», «о», «с», «ч». После перемешивания берут по одной карточке и кладут последовательно рядом. Вычислите вероятность того, что получится слово «число».

17. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 – с вероятностью 0,7; 4 – с вероятностью 0,6; 2 – с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок производит выстрел. Какова вероятность, что он попадет в мишень?

18. В первом ящике 20 деталей из них 16 стандартных, во втором – 30 деталей из них 24 стандартные, в третьем 10 из них 6 стандартные. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из наудачу взятого ящика будет стандартная.

19. В тире 5 ружей. Вероятности попадания из которых соответственно равны: 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле, если стреляющий берет одно из ружей наудачу.

20. Три оператора радиолокационной установки производят соответственно 25%, 35%, 40% всех измерений, допуская при этом 5%, 4% и 2% ошибок. Случайно произведенное измерение оказалось ошибочным. Какова вероятность того, что измерение производил первый оператор?

21. В каждом из восьми независимых испытаний событие A происходит с постоянной вероятностью 0,38. Найдите наивероятнейшее число наступлений события A в каждом испытании.

22. Вероятность попадания в цель при одном выстреле составляет 0,8. Найдите вероятность трех попаданий при четырех выстрелах.

23. Если 30% студентов имеют слабое зрение, то какова вероятность того, что 5 из 10 студентов имеют слабое зрение?

24. Вероятность того, что Вы выиграете в шахматы, равна 0,33. Какова вероятность, что Вы выиграете 4 партии из 6.

25. Какова вероятность выиграть у равносильного противника в бильярд не менее 4 партий из 5?

26. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет в цель, равна 0,7. Найти наивероятнейшее число попаданий, если стрелок 7 раз стреляет в мишень.

27. Монету подбрасывают 10 раз. Какова вероятность того, что при этом «герб» выпадет 3 раза?

28. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдет три?

29. На складе хранится 500 аккумуляторов. Известно, что после года хранения 20 штук выходят из строя. Требуется найти вероятность того, что наудачу взятый после года хранения аккумулятор окажется годным.

30. Завод отправил на базу 5 000 изделий. Вероятность того, что изделие повредится в пути равна 0, 0002. Найти вероятность того, что на базу прибудут ровно 3 негодных изделия.

31. Контрольную работу по теории вероятностей успешно выполняют в среднем 70% студентов. Какова вероятность того, что из 200 студентов работу успешно выполнят 150 студентов.

32. Контрольную работу по теории вероятностей успешно выполняют в среднем 70% студентов. Какова вероятность того, что из 200 студентов работу успешно выполнят не менее 100 студентов.

Раздел «Случайные величины»

1. На пути движения автомобиля пять светофоров, каждый из которых либо разрешает, либо запрещает проезд с вероятностью 0,5. Составить, закон распределения случайной величины *X* – числа светофоров, пройденных автомобилем без остановки.

2. Дискретная случайная величина может принимать только два значения x_1 и x_2, причем $x_1 > x_2$. Известны вероятность $p_1 = P(x = x_1 = 0,3)$, $M(X) = 3,7$ и $D(X) = 0,21$. Найти закон распределения этой величины.

3. Случайная величина *X* задана законом распределения

X	2	3	?	11
P	0,1	?	0,3	0,2

Известно, что математическое ожидание *X* равно 5,7. Найти а) Найти $P(X = 3)$, б) значение *X*, которое она принимает с вероятностью 0,3.

4. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 6X + 3Y$, если известны: $M(X) = 3$, $M(Y) = 5$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 7$.

5. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = X + 6Y$, если известны: $M(X) = 4$, $M(Y) = 2$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 2$.

6. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 3X + 2Y$, если известны: $M(X) = 2$, $M(Y) = 3$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 7$.

7. В итоге четырех измерений некоторой величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты 8,9,11,12. Найти выборочную среднюю результатов и дисперсию ошибок прибора.

8. Найти: а) значение p_3, б) $M(X)$ и $D(X)$. Если дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	-2	-1	3
p_i	0,5	0,1	p_3

9. Найти: а) значение p_2, б) $M(X)$ и $D(X)$. Если дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	2	3	5
p_i	0,2	p_2	0,2

10. Случайная величина задана законом распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1 \\ a(x^2 - x), & 1 < x \le 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Найти параметр a.

11. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \dfrac{C}{x^7}, & x \ge 1. \end{cases}$$

Найти параметр C. Вычислить $M(X)$.

12. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x) = \begin{cases} a\cos x, & -\dfrac{\pi}{2} \le x \le \dfrac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| > \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Найти параметр а. Вычислить $M(X)$.

13. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ a(3x-x^2), & 0<x\le 3,\\ 0, & x>3.\end{cases}$$

Найти параметр а. Вычислить вероятность события $1<X<2$.

14. Случайная величина задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ \dfrac{x-1}{2}, & 1<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$$

Вычислить $M(X)$ и $D(X)$. Найти вероятность события $1<X<2$.

15. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -3,\\ \dfrac{1}{\pi\sqrt{9-x^2}}, & -3<x<3,\\ 0, & x\ge 3.\end{cases}$$

Найти вероятность события $X>1$.

16. Сообщение содержит 1000 символов. Вероятность искажения одного символа равна 0,004. Найти среднее число искаженных символов.

17. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения ровно 5 минут. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее 3 минут

18. 20 % изделий, выпускаемых данным предприятием, нуждаются в дополнительной регулировке. Наудачу отобрано 150 изделий. Найти среднее значение и дисперсию случайной величины X – числа изделий в выборке, нуждающихся в регулировке.

19. Рост взрослых мужчин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X)=175$ см. и $\sigma(X)=6$ см. Найти вероятность того, что рост наудачу выбранного мужчины будет от 170 до 180 см.

20. При весе некоторого изделия в 10 кг найдено, что отклонение по абсолютной величине превосходящее 50 г. встречается в среднем 34 раза из тысячи изделий. Считается, что вес изделий распределен нормально, найти его $\sigma(X)$.

Раздел «Математическая статистика. Основы выборочного метода»

21. За пять месяцев работы малое предприятие «Воробышек» получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 2, 4, 7, 4, 5. Найдите выборочную среднюю, моду и медиану.

22. За пять месяцев работы малое предприятие «Интеграл» получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 2, 4, 7, 4, 5. Найдите выборочную среднюю и исправленную дисперсию, моду и медиану.

23. Фермерское хозяйство засеяло пшеницу на 9 полях, и с каждого гектара 1-го поля получило по 21 центнеру пшеницы. Зная, что урожайность на других полях составила 24; 18; 28; 18; 24,4; 21; 21; 19, определите среднее арифметическое, медиану и моду этих чисел.

24. Следующие данные показывают годовой прирост на 15 различных акций: 12.2, 13, 14.8, 11, 16.7, 9, 8.3, -1.2, 3.9, 15.5, 16.2, 18, 11.6, 10, 9.5. Найдите выборочную среднюю и медиану.

25. Найти выборочную среднюю, дисперсию, моду и медиану случайной величины X на основании данного распределения выборки:

x_i	1	5	6	8
n_i	6	4	7	3

26. Изучалась качество продукции. Были получены данные.

Оценка качество продукции, балл	1-2	3-4	5-6	7-8	9-10
Число случаев	3	8	36	89	45

Определить средний балл качества продукции. Вычислить моду и медиану.

27. В таблицу приведены данные.

x_i	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12
n_i	15	25	30	20	10

Определить исправленную выборочную дисперсию.

28. Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, моду и медиану по заданному распределению выборки

варианта	65	70	75	80	85	90	95
частота	3	5	15	25	20	7	5

29. Брокер проводит случайную выборку четырех акций из большой генеральной совокупности акций с низким номиналом. Цены акций в генеральной совокупности подчиняются нормальному распределению. Цены акций в выборке составили: \$15, \$12, \$17, \$10. Вычислите точечную оценку генеральной средней и генеральной дисперсии.

30. По данным выборки объема $n=16$ из генеральной совокупности найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s=1$ нормально распределенного количественного признака. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение с надежностью 0,95.

31. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного математического ожидания *a* нормально распределенного признака *X* генеральной совокупности, если: $\sigma = 4$, $\bar{x}_в = 10{,}2$, $n = 16$.

32. По выборке из 25 упаковок товара средний вес составил 101 г с исправленным средним квадратическим отклонением 3 г. Построить доверительный интервал для среднего с вероятностью 95%.

33. Имеются выборочные данные о стаже работы (*X*, лет) и выработке одного рабочего за смену (*Y*, шт):

X	1	3	4	5	6	7
Y	14	15	18	20	22	25

Построить уравнение линейной регрессии.

34. В магазине постельных принадлежностей были проведены в течение пяти дней подсчеты числа покупок простыней *X* и подушек *У*:

X	10	20	25	28	30
У	5	8	7	12	14

Найти выборочное уравнение линейной регрессии *У* на *X*.

35. Рассчитать коэффициент корреляции между количеством пропущенных студентом пар *X* и его успеваемостью *Y*, оцениваемой по 100 бальной шкале, пользуясь данными таблицы.

X	6	2	15	9	12	5	8
Y	82	86	43	74	58	90	78

36. Имеются выборочные данные об общем весе некоторого растения (X, г.) и весе его семян (Y, г.). Данные приведены в таблице:

X	40	50	60	70	80	90	100
Y	20	25	28	30	35	40	45

Предполагая, что зависимость линейная, рассчитать выборочный коэффициент корреляции и сделать вывод о степени и направлении тесноты связи.

37. Бегуны, ранги которых при построении по росту были 1, 2, …, 10, заняли на состязаниях следующие места: 6, 5, 1, 4, 2, 7, 8, 10, 3, 9. Как велика ранговая корреляция между ростом и быстротой бега?

38. Группу учеников ранжировали в соответствии с их способностями, обнаруженными на уроках музыки и математики.

Ученики	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X

Математика	7	4	3	10	6	2	9	8	1	5
музыка	5	7	3	10	1	9	6	2	8	4

Оцените зависимость между музыкальными и математическими способностями, используя коэффициент ранговой корреляции Спирмена.

39. Два эксперта проранжировали 11 фирм в порядке их привлекательности для инвестиций. Получены следующие последовательности рангов фирм:

r_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
s_i	1	2	3	5	4	9	8	11	6	7	10

Проверить, насколько согласуются мнения экспертов, с помощью коэффициента Кендалла.

ПРИЛОЖЕНИЕ №2

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ ***ВЛАДЕТЬ***

1 СЕМЕСТР

Установить совместность и найти общее решение систем линейных уравнений

1. $\begin{cases} 3x_1+2x_2-x_3+x_4=1, \\ 2x_1+x_2+2x_3-3x_4=2, \\ 5x_1+3x_2+x_3-2x_4=3. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 5x_1+3x_2+5x_3+12x_4=10, \\ 2x_1+2x_2+3x_3+5x_4=4, \\ x_1+7x_2+9x_3+4x_4=2. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3+x_4=1, \\ x_2-x_3+2x_4=2, \\ 2x_1+2x_2+3x_4=3. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 9x_1-3x_2+5x_3+6x_4=4, \\ 6x_1-2x_2+3_3+4x_4=5, \\ 3x_1-x_2+3x_3+14x_4=-8. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 3x_1+4x_2+x_3+2x_4=3, \\ 6x_1+8x_2+2x_3+5x_4=7, \\ 9x_1+12x_2+3x_3+10x_4=13. \end{cases}$

6. $\begin{cases} -9x_1+6x_2+7x_3+10x_4=3, \\ -6x_1+4x_2+2x_3+3x_4=2, \\ -3x_1+2x_2-11x_3-15x_4=1. \end{cases}$

7. $\begin{cases} -6x_1+9x_2+3x_3+2x_4=4, \\ -2x_1+3x_2+5x_3+4x_4=2, \\ -4x_1+6x_2+4x_3+3x_4=3. \end{cases}$

8. $\begin{cases} 3x_1-x_2+2x_3+5x_4=-1, \\ 3x_1-3x_2+6x_3+15x_4=-3, \\ 3x_1-x_2+3x_3+14x_4=-8. \end{cases}$

9. $\begin{cases} x_1+x_2-x_3-x_4=1, \\ x_1+x_2-2x_3+3x_4=2, \\ x_1+x_2-x_3-9x_4=-1. \end{cases}$

10. $\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3-x_4=3, \\ 2x_1-x_2+x_4=2, \\ 3x_1-x_3-x_4=-1. \end{cases}$

11. Найти все базисные решение системы а) $\begin{cases} 2x_1+7x_2+3x_3+x_4=6, \\ 3x_1+5x_2+2x_3+2x_4=4, \\ 9x_1+4x_2+x_3+7x_4=2. \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x_1+3x_2+4x_3+x_4=2, \\ x_1+x_2+7x_3+x_4=6, \\ 3x_1+2x_2+x_3+5x_4=8. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x_1-2x_2+5x_3+4x_4=2, \\ 6x_1-4x_2+4x_3+3x_4=3, \\ 9x_1-6x_2+3x_3+2x_4=4. \end{cases}$

12. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

а) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$. б) $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.

13. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли $A=\begin{pmatrix} 0 & 0,25 & \frac{1}{3} \\ 0,5 & 0,5 & \frac{1}{3} \\ 0,5 & 0,25 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$, если известно, что суммарный доход этих стран равен 1800 усл. ед.

14. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли $A=\begin{pmatrix} 0,1 & 0,6 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,8 \\ 0,6 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix}$.

Найти бюджеты второй и третьей стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет первой страны равен 6 600 усл. ед.

15. Найти длину вектора $\overline{a}=2\overline{x}-3\overline{y}$, если $\left|\overline{x}\right|=2$ $\left|\overline{y}\right|=1$ $\angle\left(\overline{x},\overline{y}\right)=60^0$.

16. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\overline{a}=\overline{i}-2\overline{j}+5\overline{k}$ и $\overline{b}=5\overline{j}-7\overline{k}$.

17. Даны вершины треугольника $A(2;0)$, $B(-4;3)$, $C(1;5)$. Найти внутренний угол треугольника при вершине A.

18. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-1;4)$ параллельно прямой $2x+3y-7=0$.

19. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x+2y+4=0$ и $3x-y-9=0$ перпендикулярно прямой $x+y-7=0$.

20. Установить, какая линия определяется уравнением $y=\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$.

21. Какую линию определяет уравнение $4x^2+9y^2-8x-36y+4=0$ и построить данную кривую.

22. Какую линию определяет уравнение $y=-1+\frac{2}{3}\sqrt{x^2-4x+5}$ и построить данную кривую.

23. Какую линию определяет уравнение $x=-\sqrt{y^2-4y}$ и построить данную кривую.

24. Установить, какая линия определяется уравнением $y=-7+\frac{2}{5}\sqrt{16+6x-x^2}$.

25. Установить, какая линия определяется уравнением $4x^2-3y^2-24x+6y-3=0$ и построить ее.

26. Определить тип кривой $5x^2+4y^2+20x-16y-44=0$ и построить ее.

27. Определить тип кривой $5x^2+4y^2+20x-16y-44=0$ и построить её.

28. Установить, какая линия определяется уравнением $y=1-\sqrt{4x+8}$. Построить ее.

29. Установить, какая линия определяется уравнением $y=7-\frac{3}{2}\sqrt{x^2-6x+13}$. Построить ее.

30. Установить, какая линия определяется уравнением $9x^2+4y^2+54x-8y+49=0$. Построить ее.

31. Установить, какая линия определяется уравнением $x^2-2x+y^2+4y+9=0$. Построить ее.

32. Установить, какая линия определяется уравнением $x=9-2\sqrt{y^2+4y+8}$. Построить ее.

33. Установить, какая линия определяется уравнением $x=5-\frac{3}{4}\sqrt{y^2+4y-12}$. Построить ее.

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x-1}{2x+5}\right)^{3x-4}$
2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-x}{x^2+1}\right)^{x-3}$
3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{tg^3 x}$
4. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{e^{4x}-1}$
5. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{\sin\left(6x^2\right)}$
6. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg12x}{\ln(1+6x)}$
7. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{arctg(2x)}{e^{10x}-1}$
8. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln\left(1+x^2\right)}{\sin^2(10x)}$
9. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln\left(1+x\right)}{\arcsin(6x)}$
10. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{7^x-1}{arctg^2(5x)}$
11. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^2 3x}{e^{2x^2}-1}$
12. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+14x)}{\arcsin 7x}$
13. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{e^{4x}-1}$
14. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{2x^2}-1}{\sin\left(4x^2\right)}$
15. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg^2 5x}{e^{3x^2}-1}$
16. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{arctg^2(3x)}{e^{6x^2}-1}$
17. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln\left(1+3x^3\right)}{arctg^3 x}$
18. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\arcsin(4x)}{\ln(1+3x)}$

Найти производные функций

1. $y=(\cos x)^{5e^x}$
2. $y=\left(x^3+4\right)^{tgx}$
3. $y=(tgx)^{4x}$
4. $y=x^{arctgx}$
5. $y=(\sin x)^{3x}$

6. $y = x^{\arcsin x}$
7. $y = (\sin x)^{x+1}$
8. $y = (x^3 - 1)^x$
9. $y = x^{\arcsin x}$
10. $y = (\sin x)^x$

Найти производную y'_x функции

1) $\begin{cases} x = t + \sin t \\ y = 2 - \cos t \end{cases}$

2) $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t - 1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x = 4t^2 + 5 \\ y = 3t^4 + 11 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x = \cos t + t \sin t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$

5) $\begin{cases} x = \ln(5 + t) \\ y = arctgt \end{cases}$

6) $\begin{cases} x = e^t \\ y = (t^2 - t) \cdot e^t \end{cases}$

7) $\begin{cases} x = \ln(t + 1) \\ y = t^2 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x = 2t^2 + 1 \\ y = 3t^2 - 5t \end{cases}$

9) $\begin{cases} x = t^2 + 3t \\ y = t^3 - 27t \end{cases}$

10) $\begin{cases} x = \ln(t^2 + 1) \\ y = t^3 + 1 \end{cases}$

Найти производную y' от неявной функции

1. $e^x + e^y - 2^{xy} - 1 = 0$
2. $x^3 + \ln y - x^2 e^y = 0$
3. $x^2 + yx + e^y = 0$
4. $x^3 y + x^2 y^2 + xy^3 = 0$
5. $2x^2 + y^2 - 4x + 10y + 5 = 0$
6. $e^x - e^y = y - x$
7. $5x^2 + 3xy - 2y^2 + 3 = 0$
8. $2x^2 + 3^y + x \ln y = 0$
9. $x^2 y^3 + x - \sin y = 0$

10. $3y^2 + \sin y - x2^y = 0$

Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

1) $y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$
2) $y = 2x^2 - 8x + 2$
3) $y = 4x^3 + 4x^2 + x - 16$
4) $y = \dfrac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$
5) $y = 3x - x^3$
6) $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x$
7) $y = x^3 - 5x^2 + 3x - 5$
8) $y = x^4 - 2x^2 - 5$
9) $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$
10) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$
11) $y = x^3 - 3x^2$
12) $y = x^4 - 2x^2 + 5$
13) $y = 2x^3 - 3x^2$
14) $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$
15) $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7.$
16) $y = 3x^4 - 6x^2 + 5$

1. Исследовать на экстремум функцию: $z = (x-1)^2 - 2y^2$
2. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + xy + y^2 + x - y - 1$
3. Исследовать на экстремум функцию: $z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$
4. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$
5. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$
6. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$
7. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + (y-1)^2$
8. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8$
9. Исследовать на экстремум функцию: $z = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2$
10. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 10$

2 СЕМЕСТР

Найти неопределенный интеграл

1. $\int x^2 \cdot \sqrt[3]{2+3x^3}\,dx$
2. $\int \dfrac{x}{\cos^2 x^2}\,dx$
3. $\int \dfrac{e^x}{e^x - 3}\,dx$
4. $\int \dfrac{\sin x}{\cos^3 x}\,dx$
5. $\int \dfrac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$
6. $\int e^x \sqrt{e^x + 3}\,dx$

7. $\int (\sin x + 5)^2 \cos x dx$
8. $\int \sqrt[6]{x^4 - 11} \cdot x^3 dx$
9. $\int e^{x^6} \cdot x^5 dx$
10. $\int \frac{ctg^3 x}{\sin^2 x} dx$
11. $\int (e^x + 5)^4 e^x dx$
12. $\int x^4 \cdot \sqrt[4]{2 + 3x^5} dx$
13. $\int \frac{(arctgx)^2}{1 + x^2} dx$
14. $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$
15. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 6} dx$
16. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{5x - 3}}$
17. $\int \frac{xdx}{\sqrt{3x + 4}}$
18. $\int \frac{1}{\sqrt{3x} + 1} dx$
19. $\int \frac{xdx}{\sqrt{4x - 1}}$
20. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{5x - 3}}$
21. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{3x - 4}}$
22. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{4x + 5}}$
23. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x - 1}}$

11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 3x$, $x^2 = 3y$.

12. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4$, $y = x + 8$.

13. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $xy = 2$, $x + 2y - 5 = 0$.

14. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $4y = x^2$, $x = \pm 2$.

15. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 4 - x^2$.

16. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид $\begin{cases} x = (t - \sin t) \\ y = (1 - \cos t) \end{cases}$, $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$.

17. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 7\cos t \\ y = 5\sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 3\sin t \end{cases}$.

18. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^2, y = 2.$ Ось вращения Oy.

19. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^3, y = x.$ Ось вращения Ox.

20. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^3, y = x^2..$ Ось вращения Ox.

21. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^2, y = x.$ Ось вращения Oy.

22. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $y = \ln\cos x + 2, 0 \le x \le \pi/6$

23. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $\begin{cases} x = e^t(\cos t + \sin t), \\ y = e^t(\cos t - \sin t), \end{cases}$ $0 \le t \le 2\pi$.

1. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность не менее 3 попаданий при четырех выстрелах.
2. По данным переписи населения (1891 г.) Англии и Уэльса установлено: темноглазые отцы и темноглазые сыновья (AB) составили 5 % обследованных лиц, темноглазые отцы и светлоглазые сыновья ($A\overline{B}$) – 7,9 %, светлоглазые отцы и темноглазые сыновья ($\overline{A}B$) – 8,9 %, светлоглазые отцы и светлоглазые сыновья ($\overline{A}\overline{B}$) – 78,2 %. Найти связь между цветом глаз отца и сына.
3. Испытание состоит в подбрасывании трех кубиков. Сколько раз нужно провести испытание, чтобы с вероятностью не менее 0,95 хотя бы один раз появилось «три единицы»?
4. Какова должна быть вероятность изготовления изделия, удовлетворяющего стандарту, чтобы с вероятностью, равной 0,9 можно было утверждать, что среди 20 изготовленных изделий хотя бы одно не удовлетворяет стандарту.
5. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Было произведено 600 выстрелов. Найти границы, в которых с вероятностью 0,9948 будет заключено число попаданий в цель.
6. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Найти число выстрелов, которые надо произвести по мишени, чтобы с вероятностью 0,9948 ожидать, что отклонение относительной частоты от вероятности попадания при одном выстреле по модулю будет меньше величины 0,05.
7. Сколько следует проверить деталей, чтобы с вероятностью не меньшей 0,95 можно было утверждать, что частость годных деталей отклоняется от вероятности годной детали равной 0,9 по модулю не более, чем на 0,01.
8. В ящике лежат 5 изделий, одно из них бракованное. Из ящика извлекают изделия одно за другим до тех пор, пока не будет вынуто бракованное. Составить закон распределения случайной величины X – числа вынутых изделий. Вычислить $M(X)$, $D(X)$.
9. Среди 20 приборов имеется 6 неточных. Наудачу берется 4 прибора. Требуется вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ случайной величины X - числа точных приборов среди отобранных.
10. На базе хранятся 10 холодильников, среди которых 2 бракованных. Из этого числа холодильников в магазин привезли 5 холодильников. Требуется составить закон распределения случайной величины X - числа годных холодильников среди привезённых в магазин; вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.
11. Случайная величина задана законом распределения $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1 \\ a(x^2 - x), & 1 < x \le 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$

Вычислить вероятность того, что в двух опытах величина примет значение из интервала (1,5;2).

12. Случайная величина задана законом распределения $f(x)=\begin{cases}0, & x\le -3,\\ \dfrac{1}{\pi\sqrt{9-x^2}}, & -3<x<3,\\ 0, & x\ge 3.\end{cases}$

Найти функцию распределения $F(x)$ и вероятность события $X>1$.

13. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x<-1,\\ a+b\arcsin x, & \text{если } -1\le x\le 1,\\ 1, & \text{если } x>1.\end{cases}$$

Найти параметры a и b. Вычислить $M(X)$.

14. Средняя продолжительность телефонного разговора равна 3 мин. Считая, что время разговора является случайной величиной, распределенной по показательному закону найти вероятность того, что произвольный телефонный разговор будет продолжаться не более 9 минут,

15. Известно, что время работы электрической лампы подчиняется нормальному закону распределения. Средняя продолжительность горения оказалась равной 1000 ч., среднее квадратическое отклонение продолжительности горения лампы 40 ч. Найти $M(X^2)$.

16. Деталь изготавливается на станке с систематической ошибкой 3, среднеквадратической ошибкой 4 и считается годной, если ее отклонение от номинала менее 12. Найти вероятность того, что три наудачу взятые детали из пяти будут годными.

17. Рост взрослых мужчин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X)=175$ см. и $\sigma(X)=6$ см. Найти вероятность того, что хотя бы один из трех мужчин будет иметь рост от 170 до 180 см.

18. Случайная величина *X* распределена нормально, ее плотность вероятности имеет вид $f(x)=\frac{1}{\sqrt{8\pi}}e^{-\frac{(x+2)^2}{8}}$.Найти дисперсию случайной величины $Y=3X-1$, зная, что $Y\sim N(a,\sigma)$.

19. Случайная величина *X* распределена нормально, ее плотность вероятности имеет вид $f(x)=\frac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-3)^2}{32}}$. Найти *M(Y)* случайной величины $Y=3X-1$, зная, что $Y\sim N(a,\sigma)$.

20. На автомате изготовляются заклепки. Диаметр их головок представляет случайную величину, распределенную по нормальному закону с параметрами $a=2$ мм и $\sigma^2=0{,}01$ мм^2. Какие размеры диаметра головок можно гарантировать с вероятностью 0,95?

21. Среднее суточное потребление электроэнергии в населенном пункте равно 20 000 квт-час, а среднее квадратическое отклонение 200 квт-час. Какого потребления электроэнергии в данном населенном пункте можно ожидать в ближайшие сутки с вероятностью не меньшей 0,96.

22. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=10$:

Варианта x_i	-2	1	2	3	4	5
Частота n_i	2	1	2	2	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

23. Среднее время сборки изделия составляло 90 минут. Инженер изобрел новый метод сборки этого изделия, и продолжительность сборки 10 изделий новым способом составила 79; 74; 112; 95; 83; 96; 77; 84; 70; 90 (мин). Построить доверительный интервал для нового среднего времени сборки с надежностью 95%.

24. Даны результаты 8 независимых измерений одной и той же величины (длины протяжки) прибором, не имеющим систематических ошибок: 369, 378, 315, 420, 385, 401, 372, 383. Определить несмещенную оценку дисперсии ошибок измерения.

25. В итоге пяти измерений длины стержня одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 92; 94; 103; 105; 106. Определить несмещенную оценку дисперсии ошибок измерений.

26. Случайная величина X (число поврежденных изделий в одном контейнере) распределена по закону Пуассона с неизвестным параметром λ. Приведено эмпирическое распределение числа поврежденных изделий в 500 контейнерах. Найти точечную оценку неизвестного параметра.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
n_i	199	169	87	31	9	3	1	1

27. Случайная величина X (время безотказной работы элемента) распределена по показательному закону. Приведено эмпирическое распределение среднего времени работы 1000 элементов:

x_i	5	15	25	35	45	55	65
n_i	365	245	150	100	70	45	25

Найти точечную оценку неизвестного параметра.

28. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)=1-e^{-\lambda x}$ $(x \geq 0)$. Произведена выборка

x_i	3	5	6	8	10
n_i	2	3	5	10	10

Найти статистическую оценку параметра λ методом моментов.

29. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	8	16	40	72	36	18	10
Теоретическая частота n_i'	6	18	36	76	39	18	7

30. При уровне значимости 0,05 проверьте гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты:

Эмпирические частоты	6	12	16	40	13	8	5
Теоретические частоты	4	11	15	43	15	6	6

31. Установить, пользуясь критерием Пирсона, при $\alpha = 0,05$ случайно или значимо расхождение между эмпирическими n_i, и теоретическими частотами n'_i, которые вычислены из предположения, что совокупность распределена нормально.

n_i	5	7	15	14	21	16	9	7	6
n'_i	6	6	14	15	22	15	8	8	6

32. В таблице представлены данные о средних размерах пенсий в Кыргызстане за 2011-2015гг.

Год	2011	2012	2013	2014	2015
Выплаты, сом	3853	4274	4508	4710	4896

Необходимо сделать прогноз о среднем размере пенсии на 2018г.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТИПОВОГО РАСЧЕТА № 1

ВАРИАНТ 1

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти: а) *AB;* б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases} 2x+y+3z=7, \\ 2x+3y+z=1, \\ 3x+2y+z=6. \end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases} 3x_1+2x_2-x_3+x_4=1, \\ 2x_1+x_2+2x_3-3x_4=2, \\ 5x_1+3x_2+x_3-2x_4=3. \end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=3\vec{i}+8\vec{j}-\vec{k}$, $\vec{b}=\vec{j}+4\vec{k}$, $\vec{c}=5\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли $A=\begin{pmatrix} 0,3 & 0,4 & 0,2 \\ 0,4 & 0,5 & 0,7 \\ 0,3 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix}$, если известно, что суммарный доход этих стран равен 804 усл. ед.

ВАРИАНТ 2

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & -2\\ 2 & 4 & 3\\ 3 & 1 & 1\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}2 & 8 & -5\\ 3 & -1 & 0\\ 4 & 5 & -3\end{pmatrix}$. Найти: а) AB; б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}2 & 0 & -1 & 3\\ 6 & 3 & -9 & 0\\ 0 & 2 & -1 & 3\\ 4 & 2 & 0 & 6\end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases}2x-y+2z=3,\\ x+y+2z=-4,\\ 4x+y+4z=-3.\end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases}5x_1+3x_2+5x_3+12x_4=10,\\ 2x_1+2x_2+3x_3+5x_4=4,\\ x_1+7x_2+9x_3+4x_4=2.\end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=3\vec{i}+4\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=\vec{i}-2\vec{j}+7\vec{k}$, $\vec{c}=3\vec{i}-6\vec{j}+21\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix}4 & 1 & -1\\ 2 & 3 & -2\\ 1 & -1 & 2\end{pmatrix}$.

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид $A=\begin{pmatrix}0{,}2 & 0{,}3 & 0{,}4\\ 0{,}5 & 0{,}4 & 0{,}2\\ 0{,}3 & 0{,}3 & 0{,}4\end{pmatrix}$. Найти бюджеты первой и второй стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет третьей страны равен 1100 усл. ед.

ВАРИАНТ 3

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & -1\\ 2 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}3 & 6 & 0\\ 2 & 4 & -6\\ 1 & -2 & 3\end{pmatrix}$. Найти: а) AB; б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}2 & 7 & 2 & 1\\ 1 & 1 & -1 & 0\\ 3 & 4 & 0 & 2\\ 0 & 5 & -1 & -3\end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases}3x-y+z=12,\\ x+2y+4z=6,\\ 5x+y+2z=3.\end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases}x_1-4x_2+2x_3 \quad\quad =-1,\\ 2x_1-3x_2-x_3-5x_4=-7,\\ 3x_1-7x_2+x_3-5x_4=-8,\\ \quad\quad x_2-x_3-x_4=-1.\end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=2\vec{i}-4\vec{j}-2\vec{k}$, $\vec{b}=7\vec{i}+3\vec{j}$, $\vec{c}=3\vec{i}+5\vec{j}-7\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix}7 & -4 & -2\\ -2 & 5 & -2\\ 0 & 0 & 9\end{pmatrix}$.

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид $A=\begin{pmatrix}0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}6\\ 0{,}8 & 0{,}3 & 0{,}3\\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}1\end{pmatrix}$. Найти бюджеты первой и второй стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет третьей страны равен 1100 усл. ед.

ВАРИАНТ 4

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$. Найти: а) AB; б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases} 2x-y+3z=-4, \\ x+3y-z=11, \\ x-2y+2z=-7. \end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3+x_4=1, \\ x_2-x_3+2x_4=2, \\ 2x_1+2x_2+3x_4=3. \end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=-7\vec{i}+2\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}-6\vec{j}+4\vec{k}$, $\vec{c}=\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли $A=\begin{pmatrix} 0,6 & 0,3 & 0,5 \\ 0,3 & 0,4 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,4 \end{pmatrix}$, если известно, что суммарный доход этих стран равен 402 усл. ед.

ВАРИАНТ 5

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$. Найти: а) *AB;* б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases} 3x-2y+4z=12, \\ 3x+4y-2z=6, \\ 2x-y-z=-9. \end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases} 9x_1-3x_2+5x_3+6x_4=4, \\ 6x_1-2x_2+3_3+4x_4=5, \\ 3x_1-x_2+3x_3+14x_4=-8. \end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=-4\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{i}+5\vec{j}-2\vec{k}$, $\vec{c}=\vec{j}+5\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид $A=\begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,1 \\ 0,6 & 0,3 & 0,8 \\ 0,1 & 0,6 & 0,1 \end{pmatrix}$. если известно, что суммарный доход этих стран равен 3 000 усл. ед.

ВАРИАНТ 6

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$. Найти: а) *AB;* б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases} 8x+3y-6z=-4, \\ x+y-z=2, \\ 4x+y-3z=-5. \end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases} 3x_1+4x_2+x_3+2x_4=3, \\ 6x_1+8x_2+2x_3+5x_4=7, \\ 9x_1+12x_2+3x_3+10x_4=13. \end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{j}-3\vec{k}$, $\vec{c}=-3\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 5 & -2 & -4 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 2 & 7 \end{pmatrix}$.

Задание 5. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид

$$A=\begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,4 \\ 0,5 & 0,4 & 0,2 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \end{pmatrix}.$$

Найти бюджеты первой и второй стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет первой страны равен 1000 усл. ед.

ВАРИАНТ 7

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$. Найти: а) *AB;* б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases} 4x+y-3z=9, \\ x+y-z=-2, \\ 8x+3y-6z=12. \end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы
$$\begin{cases} 3x_1+2x_2+2x_3+2x_4=2, \\ 2x_1+3x_2+2x_3+5x_4=3, \\ 9x_1+x_2+4x_3-5x_4=1, \\ 2x_1+2x_2+3x_3+4x_4=5, \\ 7x_1+x_2+6x_3-x_4=7. \end{cases}$$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=4\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}-5\vec{k}$, $\vec{c}=7\vec{i}+2\vec{j}+4\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли $A=\begin{pmatrix} 0,4 & 0,3 & 0,1 \\ 0,1 & 0,4 & 0,3 \\ 0,5 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix}$, если известно, что суммарный доход этих стран равен 402 усл. ед.

ВАРИАНТ 8

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}$. Найти: а) AB; б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases} 2x+3y+4z=33, \\ 7x-5y=24, \\ 4x+11z=39. \end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases} -9x_1+6x_2+7x_3+10x_4=3, \\ -6x_1+4x_2+2x_3+3x_4=2, \\ -3x_1+2x_2-11x_3-15x_4=1. \end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=4\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}+\vec{k}$, $\vec{c}=-12\vec{i}-6\vec{j}+9\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 5. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Задание 5. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид $A=\begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}6 \\ 0{,}8 & 0{,}3 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}1 \end{pmatrix}$. Найти бюджеты первой и третьей стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет второй страны равен 1 500 усл. ед.

ВАРИАНТ 9

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$. Найти: а) AB; б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases} 2x+3y+4z=12, \\ 7x-5y+z=-33, \\ 4x+z=-7. \end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases} 6x_1+4x_2+5x_3+2x_4+3x_5=1, \\ 3x_1+2x_2+4x_3+x_4+2x_5=3, \\ 3x_1+2x_2-2x_3+x_4 \qquad =-7, \\ 9x_1+6x_2+x_3+3x_4+2x_5=2. \end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=-\vec{i}+5\vec{k}$, $\vec{b}=-3\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$, $\vec{c}=-2\vec{i}-4\vec{j}+\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & -4 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$.

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид $A=\begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,4 \\ 0,5 & 0,4 & 0,2 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \end{pmatrix}$.

Найти бюджеты первой и третьей стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет второй страны равен 1200 усл. ед.

ВАРИАНТ 10

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$. Найти: а) AB; б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases} x+4y-z=6, \\ 5y+4z=-20, \\ 3x-2y+5z=-22. \end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases} -6x_1+9x_2+3x_3+2x_4=4, \\ -2x_1+3x_2+5x_3+4x_4=2, \\ -4x_1+6x_2+4x_3+3x_4=3. \end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=6\vec{i}-4\vec{j}+6\vec{k}$, $\vec{b}=9\vec{i}-6\vec{j}+9\vec{k}$, $\vec{c}=\vec{i}-8\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 2 & 13 & -4 \\ 2 & -2 & 11 \end{pmatrix}$.

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли $A=\begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,4 \\ 0,3 & 0,1 & 0,1 \\ 0,4 & 0,7 & 0,5 \end{pmatrix}$, если известно, что суммарный доход этих стран равен 402 усл. ед.

ВАРИАНТ 11

Задание 1. Даны две матрицы $A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$. Найти: а) *AB;* б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 9 & 4 \end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 21, \\ 3x + 4y - 2z = 9, \\ 2x - y - z = 10. \end{cases}$

Вслучае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 5, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 4, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 7 & -4 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид $A = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,8 \\ 0,1 & 0,6 & 0,1 \end{pmatrix}$.

Найти бюджеты первой и второй стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет третьей страны равен 1000 усл. ед.

ВАРИАНТ 12

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix}1&0&3\\3&1&7\\2&1&8\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}3&5&4\\-3&0&1\\5&6&-4\end{pmatrix}$. Найти: а) *AB;* б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}4&-1&1&5\\0&2&-2&3\\3&4&1&2\\4&1&1&-2\end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases}3x-2y-5z=5,\\2x+3y-4z=12,\\x-2y+3z=-1.\end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases}3x_1-x_2+2x_3+5x_4=-1,\\3x_1-3x_2+6x_3+15x_4=-3,\\3x_1-x_2+3x_3+14x_4=-8.\end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=-4\vec{i}+3\vec{j}-7\vec{k}$, $\vec{b}=4\vec{i}+6\vec{j}-2\vec{k}$, $\vec{c}=6\vec{i}+9\vec{j}-3\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix}7&2&-2\\4&5&-2\\0&0&3\end{pmatrix}$.

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли $A=\begin{pmatrix}\frac{1}{3}&\frac{1}{4}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{3}&\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{3}&\frac{1}{4}&0\end{pmatrix}$,

если известно, что суммарный доход этих стран равен 900 усл. ед.

ВАРИАНТ 13

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix}5 & 1 & -2\\ 1 & 3 & -1\\ 8 & 4 & -1\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}3 & 5 & 5\\ 7 & 1 & 2\\ 1 & 6 & 0\end{pmatrix}$. Найти: а) *AB;* б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}1 & 8 & 2 & -3\\ 3 & -2 & 0 & 4\\ 5 & -3 & 7 & -1\\ 3 & 2 & 0 & 2\end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases}4x+y+4z=19,\\ 2x-y+2z=11,\\ x+y+2z=8.\end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases}3x_1+x_2+x_3+2x_4=-2,\\ 5x_1+\qquad 2x_3+5x_4=-2,\\ 6x_1+x_2+5x_3+7x_4=-4,\\ 2x_1+x_2+2x_3+2x_4=-2.\end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=-5\vec{i}+2\vec{j}-2\vec{k}$, $\vec{b}=7\vec{i}-5\vec{k}$, $\vec{c}=2\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix}3 & -2 & 2\\ 0 & 3 & 0\\ 0 & 2 & 1\end{pmatrix}.$$

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид

$$A=\begin{pmatrix}0,6 & 0,1 & 0,1\\ 0,6 & 0,3 & 0,8\\ 0,1 & 0,6 & 0,1\end{pmatrix}.$$

Найти бюджеты первой и третьей стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет второй страны равен 1400 усл. ед.

ВАРИАНТ 14

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix}2&2&5\\3&3&6\\4&3&4\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}1&-1&1\\2&3&3\\1&-2&-1\end{pmatrix}$. Найти: а) AB; б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}2&-3&4&1\\4&-2&3&2\\3&0&2&1\\3&-1&4&3\end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases}2x-y+2z=0,\\4x+y+4z=6,\\x+y+2z=4.\end{cases}$ В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases}x_1+x_2-x_3-x_4=1,\\x_1+x_2-2x_3+3x_4=2,\\x_1+x_2-x_3-9x_4=-1.\end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=-4\vec{i}-6\vec{j}+2\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$, $\vec{c}=-\vec{i}+5\vec{j}-3\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix}5&-2&2\\0&5&0\\0&2&3\end{pmatrix}.$$

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли

$$A=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}&\frac{1}{3}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{4}&\frac{1}{3}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{4}&\frac{1}{3}&0\end{pmatrix},$$

если известно, что суммарный доход этих стран равен 900 усл. ед.

ВАРИАНТ 15

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 5\\ 3 & 0 & 6\\ 4 & 3 & 4\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 3 & 3\\ 1 & -2 & -1\end{pmatrix}$. Найти: а) *AB;* б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}3 & 1 & 2 & 3\\ 4 & -1 & 2 & 4\\ 1 & -1 & 1 & 1\\ 4 & -1 & 2 & 5\end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases}2x-y+2z=8,\\ x+y+2z=11,\\ 4x+y+4z=22.\end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases}2x_1-x_2+x_3-x_4=3,\\ 2x_1-x_2+x_4=2,\\ 3x_1-x_3-x_4=-1.\end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=-4\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$, $\vec{b}=-3\vec{j}+5\vec{k}$, $\vec{c}=6\vec{i}+6\vec{j}-4\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix}4 & 1 & 0\\ 1 & 4 & 0\\ -1 & 1 & 5\end{pmatrix}$.

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид $A=\begin{pmatrix}0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}6\\ 0{,}8 & 0{,}3 & 0{,}3\\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}1\end{pmatrix}$. Найти бюджеты второй и третьей стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет первой страны равен 900 усл. ед.

ВАРИАНТ 16

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$. Найти: а) *AB;* б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -6 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases} 2x-y-3z=-9, \\ x+5y+z=20, \\ 3x+4y+2z=15. \end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases} 2x_1+7x_2+3x_3+x_4=6, \\ 3x_1+5x_2+2x_3+2x_4=4, \\ 9x_1+4x_2+x_3+7x_4=2. \end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=\vec{j}+4\vec{k}$, $\vec{c}=5\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли $A=\begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,2 \\ 0,6 & 0,4 & 0,6 \\ 0,2 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}$, если известно, что суммарный доход этих стран равен 1600 усл. ед.

ВАРИАНТ 17

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}$. Найти: а) AB; б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases} 2x-y-3z=0, \\ 3x+4y+2z=1, \\ x+5y+z=-3. \end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases} 2x_1+3x_2+4x_3+x_4=2, \\ x_1+x_2+7x_3+x_4=6, \\ 3x_1+2x_2+x_3+5x_4=8. \end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=3\vec{i}+4\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=\vec{i}-2\vec{j}+7\vec{k}$, $\vec{c}=3\vec{i}-6\vec{j}+21\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид $A=\begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}6 \\ 0{,}8 & 0{,}3 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}1 \end{pmatrix}$, если известно, что суммарный доход этих стран равен 3 500 усл. ед.

ВАРИАНТ 18

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Найти: а) AB; б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases} -3x+5y+6z=-8, \\ 3x+y+z=-4, \\ x-4y-2z=-9. \end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы

$$\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3+2x_4+3x_5=2, \\ 6x_1-3x_2+2x_3+4x_4+5x_5=3, \\ 6x_1-3x_2+4x_3+8x_4+13x_5=9, \\ 4x_1-2x_2+x_3+x_4+2x_5=1. \end{cases}$$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=2\vec{i}-4\vec{j}-2\vec{k}$, $\vec{b}=7\vec{i}+3\vec{j}$, $\vec{c}=3\vec{i}+5\vec{j}-7\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли $A=\begin{pmatrix} 0,3 & 0,3 & 0,8 \\ 0,6 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,6 & 0,1 \end{pmatrix}$, если известно, что суммарный доход этих стран равен 2500 усл. ед.

ВАРИАНТ 19

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix}3 & -7 & 2\\ 1 & -8 & 3\\ 4 & -2 & 3\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}0 & 5 & -3\\ 2 & 4 & 1\\ 2 & 1 & -5\end{pmatrix}$. Найти: а) *AB;* б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}6 & 2 & -10 & 4\\ -5 & -7 & -4 & 1\\ 2 & 4 & -2 & -6\\ 3 & 0 & -5 & 4\end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases}3x+y+z=-4,\\ -3x+5y+6z=36,\\ x-4y-2z=-19.\end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases}x_1-2x_2-x_3+3x_4=5,\\ 2x_1-4x_2-2x_3+6x_4=10,\\ 2x_1+x_2 \quad +x_4=20.\end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=-7\vec{i}+2\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}-6\vec{j}+4\vec{k}$, $\vec{c}=\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix}6 & -2 & -1\\ -1 & 5 & -1\\ 1 & -2 & 4\end{pmatrix}$.

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли $A=\begin{pmatrix}0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}1\\ 0{,}3 & 0{,}3 & 0{,}8\\ 0{,}6 & 0{,}1 & 0{,}1\end{pmatrix}$. Найти бюджеты первой и третьей стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет второй страны равен 1 000 усл. ед.

ВАРИАНТ 20

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Найти: а) AB; б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases} 3x - y + z = -11, \\ 5x + y + 2z = 8, \\ x + 2y + 4z = 16. \end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3, \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4. \end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a} = -4\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{j} + 5\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли $A=\begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}1 \\ 0{,}3 & 0{,}3 & 0{,}8 \\ 0{,}6 & 0{,}1 & 0{,}1 \end{pmatrix}$.

Найти бюджеты второй и третьей стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет первой страны равен 6 600 усл. ед.

ВАРИАНТ 21

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix}2 & -1 & -4\\ 4 & -9 & 3\\ 2 & -7 & -1\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}0 & 0 & -4\\ 5 & -6 & 4\\ 7 & -4 & 1\end{pmatrix}$. Найти: а) AB; б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ -2 & 1 & -4 & 3\\ 3 & -4 & -1 & 2\\ 4 & 3 & -2 & -1\end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases}x+5y-6z=-15,\\ 3x+y+4z=13,\\ 2x-3y+z=9.\end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases}2x_1-x_2+3x_3-7x_4=5,\\ 6x_1-3x_2+x_3-4x_4=7,\\ 4x_1-2x_2+14x_3-31x_4=18.\end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{j}-3\vec{k}$, $\vec{c}=-3\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix}5 & -1 & -1\\ 0 & 4 & -1\\ 0 & -1 & 4\end{pmatrix}$.

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли $A=\begin{pmatrix}0 & 0,25 & \frac{1}{3}\\ 0,5 & 0,5 & \frac{1}{3}\\ 0,5 & 0,25 & \frac{1}{3}\end{pmatrix}$, если известно, что суммарный доход этих стран равен 1800 усл. ед.

ВАРИАНТ 22

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix} 8 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 4 & -7 & -6 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Найти: а) AB; б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases} 2x+3y+z=4, \\ 2x+y+3z=0, \\ 3x+2y+z=1. \end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+x_4=3, \\ x_1+4x_2+5x_3+2x_4=2, \\ 2x_1+9x_2+8x_3+3x_4=7, \\ 3x_1+7x_2+7x_3+2x_4=12, \\ 5x_1+7x_2+9x_3+2x_4=20. \end{cases}$$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=4\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}-5\vec{k}$, $\vec{c}=7\vec{i}+2\vec{j}+4\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли $A=\begin{pmatrix} 0,1 & 0,6 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,8 \\ 0,6 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix}$, если известно, что суммарный доход этих стран равен 8 200 усл. ед.

ВАРИАНТ 23

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 2 & -4 & 1\\ 4 & -3 & 1\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & -4\\ 2 & 5 & -3\\ 4 & -3 & 2\end{pmatrix}$. Найти: а) AB; б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}-1 & 2 & 0 & 4\\ 2 & -3 & 1 & 1\\ 3 & -1 & 2 & 4\\ 2 & 0 & 1 & 3\end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases}2x+3y+z=12,\\ 2x+y+3z=16,\\ 3x+2y+z=8.\end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases}12x_1+9x_2+3x_3+10x_4=13,\\ 4x_1+3x_2+x_3+2x_4=3,\\ 8x_1+6x_2+2x_3+5x_4=7.\end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=4\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}+\vec{k}$, $\vec{c}=-12\vec{i}-6\vec{j}+9\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a}-3\vec{b}+4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix}2 & -1 & 0\\ -1 & 2 & 0\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$.

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли $A=\begin{pmatrix}0,3 & 0,2 & 0,1\\ 0,4 & 0,4 & 0,3\\ 0,3 & 0,4 & 0,6\end{pmatrix}$, если известно, что суммарный доход этих стран равен 7100 усл. ед.

ВАРИАНТ 24

Задание 1. Даны две матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти: а) AB; б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4, \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 11, \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 6. \end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a} = -\vec{i} + 5\vec{k}$, $\vec{b} = -3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид $A = \begin{pmatrix} 0{,}6 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}6 & 0{,}3 & 0{,}8 \\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}1 \end{pmatrix}$. Найти бюджеты второй и третьей стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет первой страны равен 600 усл. ед.

ВАРИАНТ 25

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$. Найти:

а) *AB;* б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases} 2x - y + 2z = 3, \\ x + y + 2z = -4, \\ 4x + y + 4z = -3. \end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases} -9x_1 + 10x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 7, \\ -4x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 5, \\ 7x_1 + 5x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3. \end{cases}$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a} = 6\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}$, $\vec{b} = 9\vec{i} - 6\vec{j} + 9\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - 8\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Задание 4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -3 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

Задание 5. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли $A=\begin{pmatrix} 0,1 & 0,6 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,8 \\ 0,6 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix}$. Найти бюджеты первой и второй стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет третьей страны равен 600 усл. ед.

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ № 2

ВАРИАНТ 1

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(3;4), B(2;-1), C(1,-7)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $\left(x+2\right)^2+(y-1)^2=9$; б) $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$; в) $\dfrac{x^2}{49}-\dfrac{y^2}{25}=1$; г) $y^2=6x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $x=-\dfrac{5}{3}\sqrt{9-y^2}$; б) $y=1-3\sqrt{x}$; в) $x^2+y^2-2x-6y+4=0$.

ВАРИАНТ 2

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-4;-5), B(3;3), C(5,-2)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $\left(x+3\right)^2+(y-5)^2=4$; б) $\dfrac{x^2}{49}+\dfrac{y^2}{4}=1$; в) $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{16}=1$; г) $y^2=7x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $x=\dfrac{5}{4}\sqrt{16+y^2}$; б) $y=-1+\sqrt{7x}$; в) $25x^2+9y^2-50x+18y-191=0$.

ВАРИАНТ 3

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-3;5), B(4;-3), C(-2,-4).* Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $(x+1)^2+(y-2)^2=16$; б) $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{25}=1$; в) $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$; г) $y^2=5x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $x=-\dfrac{6}{5}\sqrt{25-y^2}$; б) $16x^2-25y^2-32x-100y-484=0$; в) $x=2-\sqrt{5y-5}$.

ВАРИАНТ 4

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(3;-2), B(-5;-4), C(-1,6).* Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $(x-3)^2+(y+4)^2=25$; б) $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$; в) $\dfrac{x^2}{64}-\dfrac{y^2}{25}=1$; г) $y^2=16x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $x=1+\dfrac{6}{5}\sqrt{25-y^2}$; б) $25x^2-64y^2+100x+12y-1564=0$; в) $y=1-4\sqrt{x+1}$.

ВАРИАНТ 5

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(2;5), B(-3;4), C(-4,-2)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $\left(x+3\right)^2+(y+3)^2=4$; б) $\dfrac{x^2}{49}+\dfrac{y^2}{25}=1$; в) $\dfrac{x^2}{36}-\dfrac{y^2}{9}=1$; г) $y^2=3x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $y=1+\dfrac{5}{7}\sqrt{49-x^2}$; б) $y=-3+\sqrt{3x-3}$.; в) $y=-\dfrac{1}{2}\sqrt{x^2-36}$.

ВАРИАНТ 6

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-3;2), B(-2;-5), C(6,-1)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $\left(x-1\right)^2+(y+1)^2=1$; б) $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$; в) $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$; г) $y^2=4x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $y=-\dfrac{1}{4}\sqrt{16-x^2}$; б) $x=2+\sqrt{y-4}$; в) $4x^2-9y^2+16x+36y-56=0$.

ВАРИАНТ 7

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-6;-4), B(3;-7), C(1,2)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $\left(x+2\right)^2+(y-1)^2=36$; б) $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$; в) $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{4}=1$; г) $y^2=2x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $4x^2-9y^2+24x+18y-9=0$; б) $y=1-2\sqrt{x+4}$; в) $y=-\sqrt{16+x^2}$.

ВАРИАНТ 8

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(2;1), B(-7;3), C(-4,-3).* Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $\left(x-4\right)^2+(y+2)^2=49$; б) $\dfrac{x^2}{49}+\dfrac{y^2}{36}=1$; в) $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{9}=1$; г) $y^2=6x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $x=1-2\sqrt{5-y^2+4y}$; б) $9x^2-25y^2-72x-90=0$; в) $x=2+\sqrt{y}$.

ВАРИАНТ 9

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-3;-4), B(-6;7), C(-1,1)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $(x+4)^2+(y-4)^2=9$; б) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$; в) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{16}=1$; г) $y^2=x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $x^2+y^2+8x-8y-23=0$; б) $y=-\frac{2}{3}\sqrt{x^2-36}$; в) $y=2-\sqrt{x+1}$.

ВАРИАНТ 10

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(4;-5), B(2;2), C(7,4)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $(x-5)^2+(y+1)^2=4$; б) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$; в) $\frac{x^2}{49}-\frac{y^2}{9}=1$; г) $y^2=8x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $y=-\frac{3}{4}\sqrt{x^2-16}+1$; б) $x=4-\sqrt{y+1}$; в) $9x^2-49y^2+36x-409=0$.

ВАРИАНТ 11

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-3;-4), B(-2;-1), C(-1,-7)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $\left(x+5\right)^2+(y-6)^2=16$; б) $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{4}=1$; в) $\dfrac{x^2}{36}-\dfrac{y^2}{25}=1$; г) $y^2=-9x$.

Задание 3. Какую линию второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $2x^2+y^2-8x+50y+8=0$; б) $x=\dfrac{1}{2}\sqrt{y^2-16}$; в) $y=1-\sqrt{x+1}$.

ВАРИАНТ 12

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(4;-5), B(-3;3), C(-5,-2)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $\left(x-1\right)^2+(y+5)^2=1$; б) $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{16}=1$; в) $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{4}=1$; г) $y^2=-7x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $x=1-\dfrac{1}{2}\sqrt{y^2-16}$; б) $x^2+4y^2+6x+40y+105=0$; в) $x=2+\sqrt{2-y}$.

ВАРИАНТ 13

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(3;5), B(-4;-3), C(2,-4)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $\left(x+1\right)^2+(y-3)^2=25$; б) $\dfrac{x^2}{49}+\dfrac{y^2}{9}=1$; в) $\dfrac{x^2}{49}-\dfrac{y^2}{16}=1$; г) $y^2=-5x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $y=1+\dfrac{1}{2}\sqrt{x^2-16}$; б) $x^2+4y^2-6x+40y+108=0$; в) $x=2-\sqrt{2-y}$.

ВАРИАНТ 14

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-3;-2), B(5;-4), C(1,6)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $\left(x-3\right)^2+(y-2)^2=36$; б) $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{25}=1$; в) $\dfrac{x^2}{36}-\dfrac{y^2}{4}=1$; г) $y^2=-16x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $9x^2+4y^2+54x-8y+49=0$; б) $y=-\dfrac{3}{2}\sqrt{y^2-4}$; в) $y=2-\sqrt{x+1}$.

ВАРИАНТ 15

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-2;5), B(3;4), C(4,-2)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $(x+2)^2+(y+4)^2=49$; б) $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{16}=1$; в) $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$; г) $y^2=-3x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $x^2+4y^2+6x-16y+624=0$; б) $y=2+\frac{3}{2}\sqrt{x^2-4}$; в) $x=1-\sqrt{2y-6}$.

ВАРИАНТ 16

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(3;2), B(2;-5), C(-6,-1)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $(x-3)^2+(y-2)^2=9$; б) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$; в) $\frac{y^2}{25}-\frac{x^2}{49}=1$; г) $y^2=-4x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $4x^2+y^2+24x+4y+36=0$; б) $y=-\frac{5}{3}\sqrt{9-x^2}$; в) $x=1-3\sqrt{y}$.

ВАРИАНТ 17

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(6;-4), B(-3;-7), C(-1,2)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $\left(x-5\right)^2+(y+3)^2=4$; б) $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{49}=1$; в) $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{25}=1$; г) $y^2=-2x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $y=1+\dfrac{6}{5}\sqrt{25-x^2}$; б) $4x^2+y^2-24x+4y+36=0$.; в) $x=1-4\sqrt{y+1}$.

ВАРИАНТ 18

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-2;-1), B(7;3), C(4,-3)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $\left(x+1\right)^2+(y+1)^2=16$; б) $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{36}=1$; в) $\dfrac{y^2}{9}-\dfrac{x^2}{16}=1$; г) $y^2=-6x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $x=-\dfrac{1}{4}\sqrt{16-y^2}$; б) $y=2+\sqrt{x-4}$; в) $x^2+4y^2-8x+8y+16=0$.7

ВАРИАНТ 19

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(3;4), B(6;7), C(1,1)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $(x+4)^2+(y-3)^2=25$; б) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$; в) $\frac{y^2}{25}-\frac{x^2}{64}=1$; г) $y^2=-x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $4x^2+y^2+8x-8y+16=0$; б) $x=-\frac{2}{3}\sqrt{y^2-36}$; в) $x=2-\sqrt{y+1}$.

ВАРИАНТ 20

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-4;-5), B(-2;2), C(-7,4)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $(x-3)^2+(y-3)^2=4$; б) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{49}=1$; в) $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{36}=1$; г) $y^2=-8x$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $4x^2+y^2+40x+6y+105=0$; б) $y=\frac{5}{4}\sqrt{16+x^2}$; в) $x=-1+\sqrt{7y}$.

ВАРИАНТ 21

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-3;-4), B(2;1), C(1,7)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $\left(x+1\right)^2+(y-1)^2=1$; б) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1$; в) $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{9}=1$; г) $x^2=9y$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $9x^2+4y^2-72x+24y+144=0$; б) $x=-3+\sqrt{3y-3}$; в) $x=-\frac{1}{2}\sqrt{y^2-36}$.

ВАРИАНТ 22

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-4;5), B(3;-3), C(5,2)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $\left(x-1\right)^2+(y+2)^2=36$; б) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$; в) $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{16}=1$; г) $x^2=7y$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $x^2+25y^2+6x-50y+9=0$; б) $y=1-2\sqrt{5-x^2+4x}$; в) $y=2+\sqrt{x}$.

ВАРИАНТ 23

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-3;-5), B(4;3), C(-2,4)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $(x+2)^2+(y-4)^2=49$; б) $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{49}=1$; в) $\dfrac{y^2}{9}-\dfrac{x^2}{25}=1$; г) $x^2=5y$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $y=1+\dfrac{6}{5}\sqrt{25-x^2}$; б) $4x^2+9y^2+24x-72y+144=0$; в) $x=1-4\sqrt{y+1}$.

ВАРИАНТ 24

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(3;2), B(-5;4), C(-1,-6)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $(x-4)^2+(y+4)^2=9$; б) $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{36}=1$; в) $\dfrac{y^2}{16}-\dfrac{x^2}{36}=1$; г) $x^2=16y$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $25x^2+y^2-50x-6y+9=0$; б) $x=1-2\sqrt{y+4}$; в) $x=-\sqrt{16+y^2}$.

ВАРИАНТ 25

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(2;-5), B(-3;-4), C(-4,2)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $(x+1)^2+(y-5)^2=4$; б) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$; в) $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{49}=1$; г) $x^2=3y$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $x=-\frac{3}{4}\sqrt{y^2-16}+1$; б) $y=4-\sqrt{x+1}$; в) $4x^2+9y^2-24x+72y+144=0$.

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №3

Вариант № 1

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n-\sqrt{n^2-3n+1}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n+1}{2n-3}\right)^{3n}$ 3. $\lim\limits_{x\to 1}\left(x-\sqrt{x^2+8}\right)$

4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-2x-1}{2x^2+3x-5}$ 5. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{x+7}-2}{x+3}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^3(2x)}{x^2\cdot arctg(3x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{tg(x-5)}{\sqrt{x+4}-3}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+3x)}{e^{2x}-1}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^2-2n+8}{5n^2+3n-9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=e^{\frac{1}{x+3}}$.

Вариант № 2

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+5n-4}-n\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-2}{n+5}\right)^{5n}$ 3. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-2x+6}{2^x-2}$

4. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-2x-3}{x^2+3x+2}$ 5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x^3+3x^2}{\sqrt{x^2+16}-4}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^2(4x)}{x\cdot tg(2x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-2x-8}{e^{x-4}-1}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5^{6x}-1}{\ln(1+8x)}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^3+2n^2+8}{5n^2+3n^3+19}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{x^2-4}{x-2}$.

Вариант № 3

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{4n^2+5n+1}-2n\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n+5}{3n-2}\right)^{n+5}$ 3. $\lim\limits_{x\to -2}\left[\ln(x+3)-x^2+5\right]$

4. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-7x+12}{2x^2-12x+18}$ 5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2-4x}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\cdot tg(5x)}{\arcsin^3(2x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x^2+9}-5}{\sin(x-4)}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-7x)}{e^{5x}-1}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+2n^4+8}{5n^2-3n^3-9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=2-\dfrac{1}{x}$.

Вариант № 4

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n^2-\sqrt{n^4+3n^3-2n}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n+6}{5n+5}\right)^{2n-1}$ 3. $\lim\limits_{x\to 3}\left(\sqrt{2x^2-9}-2x\right)$

4. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-4}{x^2-x-6}$ 5. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3-\sqrt{x^2+8}}{2x-2}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg^3(2x)}{x\cdot\sin(5x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3^{2x-4}-1}{x^2-4}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{4x}-1}{\ln(1-2x)}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{9n^5-2n^4+1}{n^2-3n^5-8}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\begin{cases}-x, & x\le 0,\\ \sin x, & 0<x\le\pi,\\ x-2, & x>\pi.\end{cases}$

Вариант № 5

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(2n-\sqrt{4n^2-5n+5}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n-4}{2n+3}\right)^{5-n}$ 3. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-4x+2}{3x^2+5x-6}$

4. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-x-2}{x^2-4}$ 5. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x-6}{5-\sqrt{x+23}}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos(2x)}{tg^2(5x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{arctg(2x-6)}{4-\sqrt{x+13}}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x)}{7^{3x}-1}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{9n^3+2n^2+8n}{5n^2-3n^3-9}$

II. . Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{3}{1+2^{1/x}}$.

Вариант № 6

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{9n^2-2n+4}-3n\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{10n-3}{10n+4}\right)^{5n-2}$ 3. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5x^2+2x-3}{4x^2-x-5}$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{5x+1}{5x-7}\right)^{x^2}$ 5. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt{2x+13}-3}{3x+6}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\cdot\sin^2(4x)}{arctg^4(2x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+2x-3}{e^{3x-3}-1}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{8^{4x}-1}{\ln(1+9x)}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n^3+8}{3n^2+3n^4-9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{x^3-4}{x+1}$.

Вариант № 7

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(2n^2-\sqrt{4n^4+2n-1}\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+3}{n+7}\right)^{3n^2}$
3. $\lim\limits_{x\to4}\frac{3^{x-3}-1}{2^{x-2}-1}$
4. $\lim\limits_{x\to2}\frac{2x^3-3x^2-2x}{x^2-5x+6}$
5. $\lim\limits_{x\to3}\frac{3x-9}{1-\sqrt{4x-11}}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\frac{arctg^3(4x)}{x\cdot tg^2(3x)}$
7. $\lim\limits_{x\to3}\frac{3-\sqrt{2x+3}}{\sin(3x-9)}$
8. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln(1+5x)}{e^{-6x}-1}$
9. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4n^5+2n\ +8}{6n^3+3n^5-9n}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=9^{\frac{1}{x+3}}$.

Вариант № 8

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2-4n+10}-n\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{4n-1}{4n+5}\right)^{6-2n}$
3. $\lim\limits_{x\to-3}\left(\sqrt{x^2+16}-x+1\right)$
4. $\lim\limits_{x\to-3}\frac{2x^2+x-15}{x^2-9}$
5. $\lim\limits_{x\to3}\frac{15-5x}{3-\sqrt{4x-3}}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin^2(6x)}{arctg^2(3x)}$
7. $\lim\limits_{x\to-1}\frac{7^{3x+3}-1}{6x^2+7x+1}$
8. $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{-3x}-1}{\ln(1+5x)}$
9. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^3+2n^2+6n+2}{5n^2-3n^3-9n+4}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\begin{cases}x+4, & x<-1,\\ 2x, & x\geq-1.\end{cases}$

Вариант № 9

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{16n^2-2n+7}-4n\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{6n-4}{6n+5}\right)^{-2n^2}$
3. $\lim\limits_{x\to-4}\frac{\ln(2x+9)}{x^2-1}$
4. $\lim\limits_{x\to4}\frac{x^2-8x+16}{2x^2-5x-12}$
5. $\lim\limits_{x\to0}\frac{4x^3-x^2}{\sqrt{x^2+1}-1}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\arcsin^2(5x)}{1-\cos(4x)}$
7. $\lim\limits_{x\to2}\frac{5x^2-8x-4}{arctg(8-4x)}$
8. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln(1+7x)}{8^{4x}-1}$
9. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^4-5n^2++2}{3n^2+9n+1}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\frac{1}{1+5^{\frac{1}{x}}}$.

Вариант № 10

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n^2-\sqrt{n^4-3n^2+11}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{7n+2}{7n-4}\right)^{3n+2}$ 3. $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{2x+3}{x+4}\right)^{x-5}$

4. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{7x^2-5x-2}{-x^2+3x-2}$ 5. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-1}{\sqrt{x+24}-5}$ 6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{arctg^3(2x)}{x\cdot\sin^2(5x)}$

7. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{e^{x^2-1}-1}{\sqrt{2x+7}-3}$ 8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{3^{7x}-1}{\ln(1+10x)}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{9n^6+2n^2+2}{n^6-3n^3-9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\begin{cases}2x^2, & x\le 0,\\ 3, & 0<x\le 1,\\ x+2, & x>1.\end{cases}$

Вариант № 11

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(3n-\sqrt{9n^2-2n+5}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{8n-3}{8n+1}\right)^{5-4n}$ 3. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3^x-1}{2x^2-4x+3}$

4. $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{2x^2-5x-25}{x^2-25}$ 5. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{4-\sqrt{6x-2}}{9-3x}$ 6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^3\cdot\arcsin^2(3x)}{tg^5(3x)}$

7. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{\sin(4x-4)}$ 8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{-9x}-1}{\ln(1-6x)}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{6n^3+9n+2}{3n^3+9n^2+4}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=e^{\frac{1}{2-x}}$.

Вариант № 12

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^4+5n^2+4}-n^2\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{9n+2}{9n-5}\right)^{3n+4}$ 3. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{2x+5}{\ln(x+3)}$

4. $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{5x^2-x-6}{3x^3+4x^2+x}$ 5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x^2+9}-3}{x^3+3x^2}$ 6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{tg^3(5x)}{arctg^3(4x)}$

7. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{5^{x^2-4}-1}{2x^2+3x-2}$ 8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1-12x)}{e^{4x}-1}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n^3-2n^2+6n}{3n^3-9n+4}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{2}{1+4^{\frac{1}{x-1}}}$.

Вариант № 13

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(5n-\sqrt{25n^2+4n+4}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{10n+51}{10n-64}\right)^{20n+4}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2-3x+4}{2x^2-6x+1}$

4. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2-x-12}{2x^2+12x+18}$ 5. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{3x+10}-1}{2x+6}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos(6x)}{x\cdot arctg(2x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin(3x-6)}{2-\sqrt{x+2}}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+5x)}{2^{-10x}-1}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n^3-2n^2+6}{4n^3+4n+5}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\begin{cases}2x^2-1, & x\le 1,\\ x+2, & x>1.\end{cases}$

Вариант № 14

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^4+2n^2-6}-n^2\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{11n-2}{11n+3}\right)^{4-5n}$ 3. $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{x^2-36}{2x^2-11x-6}$

4. $\lim\limits_{x\to 1}\left[\ln\left(x^2+3\right)-\ln\left(3x^2+1\right)\right]$ 5. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x+6}{7-\sqrt{19-10x}}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^4(2x)}{tg^4(3x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{2x^2-7x-15}{e^{x^2-25}-1}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4^{-8x}-1}{\ln(1-16x)}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^6-2n^4+6n^2}{9n^6-3n^5-n}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{x^2}{x-2}$.

Вариант № 15

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^4-3n+2}-n^2\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n-4}{2n+5}\right)^{5n^2}$ 3. $\lim\limits_{x\to -2}\left(\sqrt{x^2+12}-\sqrt{3x^2-3}\right)$

4. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{-4x^2+3x+27}{2x^2-5x-3}$ 5. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt{2x+13}-3}{3x+6}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot arctg^2(7x)}{\arcsin^3(2x)}$

7. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{3-\sqrt{4x+21}}{tg(5x+15)}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{20x}-1}{\ln(1+5x)}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^4+2n^3+n}{7n^5+3n^2+4}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=3^{\frac{1}{x-6}}$.

Вариант № 16

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(6n-\sqrt{36n^2-2n+5}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n-5}{3n+5}\right)^{-n^2}$ 3. $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{2x+1}{5x-2}\right)^{3x-1}$

4. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{5x^2-12x+4}{3x^2+x-14}$ 5. $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{6-\sqrt{x^2+20}}{3x+12}$ 6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\arcsin^2(8x)}{x\cdot\sin^2(5x)}$

7. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{arctg(15-5x)}{2x^2+3x-27}$ 8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+15x)}{e^{-3x}-1}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+2n+9}{5n^3-7n+5}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=8^{\frac{1}{5-x}}$.

Вариант № 17

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(2n^2-\sqrt{4n^4-3n^2+1}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{7n-3}{7n+1}\right)^{2-6n}$ 3. $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{2x^2+5x-12}{2x^2+16x+32}$

4. $\lim\limits_{x\to2}\left[\ln\left(3x^2-6\right)-\ln\left(x^2+2\right)\right]$ 5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{16-3x}-4}{x^2+2x}$ 6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x\cdot\sin^2(3x)}{1-\cos(4x)}$

7. $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{8^{2x+2}-1}{\sqrt{x^2+15}-4}$ 8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{10^{7x}-1}{\ln(1+21x)}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{15n^3+7n^2+6}{3n^3-5n+4}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{5-x}{x+5}$.

Вариант № 18

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{9n^4+5n^2+2}-3n^2\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n-7}{2n+5}\right)^{3n}$ 3. $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-3x-10}$

4. $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{x^2-25}{3x^2+10x-25}$ 5. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{3x+6}{\sqrt{5x+11}-1}$ 6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{tg^4(2x)}{x\cdot\arcsin^3(3x)}$

7. $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{3x^2+7x-6}{e^{2x+6}-1}$ 8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1-16x)}{6^{8x}-1}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+n-12}{3n^2+6n-4}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{1}{1+3^{\frac{1}{x+2}}}$.

Вариант № 19

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(7n-\sqrt{49n^2+4n+4}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n-4}{3n+1}\right)^{n-2}$ 3. $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\ln(2x-7)}{x-3}$

4. $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{4x^2+7x+3}{3x^2-5x-8}$ 5. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{5x-5}{6-\sqrt{39-3x}}$ 6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin^3(3x)}{tg^4(4x)}$

7. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{x^2+16}-5}{\arcsin(2x-6)}$ 8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1-18x)}{e^{9x}-1}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{15n^3+2n^2-n+2}{7n^3+3n^2-7n+8}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\begin{cases}x^2, & x\le 0,\\ x, & 0<x\le 1,\\ 1, & x>1.\end{cases}$

Вариант № 20

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{49n^2-n}-7n\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n+5}{2n+6}\right)^{4n^2}$ 3. $\lim\limits_{x\to-1}\left(\sqrt{3x+7}-\sqrt{2x+3}\right)$

4. $\lim\limits_{x\to6}\dfrac{2x^2-13x+6}{-x^2+4x+12}$ 5. $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{2x-1}-3}{4x-20}$ 6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{tg^3(3x)}{x\cdot\sin(9x)}$

7. $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{4^{20-4x}-1}{x^2-25}$ 8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{14x}-1}{\ln(1+21x)}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^4+3n^3-6n}{n^5+n^3-9n+8}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\begin{cases}-(x+1), & x\le -1,\\ (x+1)^2, & -1<x\le 0,\\ x, & x>0.\end{cases}$

Вариант 21

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n-\sqrt{n^2-n+2}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+1}{n-3}\right)^{3n}$ 3. $\lim\limits_{x\to1}\left(x-\sqrt{x^2+3}\right)$

4. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x^2+3x-5}{3x^2-2x-1}$ 5. $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x+3}{\sqrt{x+7}-2}$ 6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin^2(4x)}{x\cdot arctg(3x)}$

7. $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{tg(2x-10)}{\sqrt{x+4}-3}$ 8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+2x)}{e^{7x}-1}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3-2n+8}{5n^2+3n-9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=e^{\frac{1}{x-3}}$.

Вариант 22

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n-1}-n\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{4n-2}{4n+5}\right)^{n}$ 3. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-2x+6}{2^x-2}$

4. $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-2x-3}$ 5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2x^2+x}{\sqrt{x^2+16}-4}$ 6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\mathrm{arc}tg^3(4x)}{x^2\cdot tg(2x)}$

7. $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{e^{x-4}-1}{x^2-2x-8}$ 8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{3^{6x}-1}{\ln(1+4x)}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^3+2n^2+8}{n^4+3n^3+9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{1}{x-2}$.

Вариант 23

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{9n^2+5n+1}-3n\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n+5}{2n-2}\right)^{n+1}$ 3. $\lim\limits_{x\to-2}\left[\ln(x+3)-x^2+5\right]$

4. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-7x+12}{x^2-6x+9}$ 5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ 6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2\cdot tg(8x)}{\arcsin^3(7x)}$

7. $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{x^2+9}-5}{\sin(2x-8)}$ 8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+9x)}{e^{4x}-1}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^3+2n^4+8}{5n^2-3n^3-9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=4-\dfrac{1}{x}$.

Вариант 24

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n^2-\sqrt{n^4+n^3-2}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+6}{n+5}\right)^{2n+1}$ 3. $\lim\limits_{x\to 3}\left(\sqrt{2x^2-9}-x\right)$

4. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-x-6}{x^2-4}$ 5. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3-\sqrt{x^2+8}}{x^2-x}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg^2(2x)}{x\cdot\sin(3x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5^{x-2}-1}{x^2-4}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{\ln(1-8x)}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^5-n^4+1}{n^2-3n^5-8}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\begin{cases}-x, & x\le 0,\\ \sin x, & 0<x\le\pi,\\ x-2, & x>\pi.\end{cases}$

Вариант 25

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(2n-\sqrt{4n^2-n+1}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n-4}{2n+3}\right)^{1-2n}$ 3. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2+5x-6}{3x^2-4x+2}$

4. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x^2-x-2}$ 5. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x-6}{\sqrt{x+23}-5}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{tg^2(5x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{arctg(x-3)}{4-\sqrt{x+13}}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x)}{8^{2x}-1}$ 9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+n^2+8n}{n^2-3n^3-9}$

II. . Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{1}{1+7^{1/x}}$.

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №3

Вариант № 1

1. Найти производные следующих функций:

а) $y=2x^5-\dfrac{4}{x^3}+3\sqrt{x}$ б) $y=\dfrac{2\arcsin x+3^x}{4\ln x-2x^2}$

в) $y=\ln\sin(2x+5)$ г) $y=x^{\ln x}$

д) $y=\left(e^x-3\cos x\right)\left(5-4\log_2 x\right)$ е) $y=\ln\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}+arctgx^3$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x=\ln(1+2t), \\ y=t^2-2t. \end{cases}$

3. Найти производную от неявной функции $\ln(x+y)-arctgx=0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{x^2-\pi^2}{\sin(3x)}$; б) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\ln\left(x^2-15\right)}{e^{x-4}-1}$.

5. Провести исследование функции $y=\dfrac{x^3+4}{x^2}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 2

1. Найти производные следующих функций:

а) $y=\sqrt[5]{x^2}-4x^3+\dfrac{2}{x^4}$ б) $y=\dfrac{4\arccos x-e^x}{3\log_2 x+5x^3}$

в) $y=\dfrac{1}{2}\sin^4(\cos x)$ г) $y=x^{\arcsin x}$

д) $y=\left(2^x+4\sin x\right)\left(3\ln x-2\right)$ е) $y=8^{\sqrt{tgx}}+\sin^4(\cos x)$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x=arctg2t, \\ y=t^2+2t. \end{cases}$

3. Найти производную от неявной функции $\cos(xy)=\dfrac{y}{x}$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to2\pi}\dfrac{tg(2x)}{\sin x}$; б) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3^{x-1}-1}{\ln(2x-1)}$.

5. Провести исследование функции $y=\dfrac{4x^2}{3+x^2}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 3

1. Найти производные следующих функций:

а) $y=3x^4+\sqrt[3]{x^5}-\dfrac{4}{x^2}$ б) $y=\dfrac{2\ln x-8x^4}{4^x-2arcctgx}$

в) $y=\arccos\left(ctg4x\right)$ г) $y=x^{\sqrt{x+1}}$

д) $y=\left(5tgx-e^x\right)\left(4\log_7 x+3\right)$ е) $y=\sqrt[3]{\dfrac{x^3+1}{3x-2}}+e^{-\ln(1+\cos x)}$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x=\ln\left(1-4t\right), \\ y=2t^2+4t. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $arctg(x+y)=x$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin\left(\pi x\right)}{x^2-1}$; б) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{e^{x+3}-1}{\ln\left(2x+9\right)-\ln 3}$.

5. Провести исследование функции $y=\dfrac{2}{x^2+2x}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 4

1. Найти производные следующих функций:

а) $y=7\sqrt{x}-\dfrac{2}{x^5}-3x^3$ б) $y=\dfrac{e^x+6\arcsin x}{5x^2-2\log_4 x}$

в) $y=arctge^{2x}$ г) $y=(tgx)^{x^3}$

д) $y=\left(8ctgx+3^x\right)\left(2\ln x-5\right)$ е) $y=\ln\left(\arcsin x\right)+\dfrac{1}{2}\ln^2 x+\arcsin\left(\ln x\right)$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x=arctg3t, \\ y=3t^2-12t. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $y\sin x+\cos(x-y)=0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{tg\left(\pi x\right)}{\sin\left(3\pi x\right)}$; б) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\ln\left(x^2-3\right)}{4^{x+2}-1}$.

5. Провести исследование функции $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 5

1. Найти производные следующих функций:

а) $y=7x+\dfrac{5}{x^2}-\sqrt[7]{x^4}$ б) $y=\dfrac{7^x-3\arccos x}{4x^3+3\ln x}$

в) $y=\ln\left(\arcsin 3x\right)$ г) $y=\left(\sin x\right)^{\cos x}$

д) $y=\left(e^x-4tgx\right)\left(3+7\log_3 x\right)$ е) $y=arctg\dfrac{1+x^2}{1-x^2}+\sqrt{\arccos\left(1-2x\right)}$

2. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции
$$\begin{cases} x=\ln\left(1+6t\right), \\ y=3t^2-12t. \end{cases}$$

3. Найти производную y' от неявной функции $y\sin x+\cos y=0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{x^2-4\pi^2}{tg\left(x\right)}$; б) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln\left(9-4x\right)}{e^{3x-6}-1}$.

5. Провести исследование функции $y=\dfrac{12x}{9+x^2}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 6

1. Найти производные следующих функций:

а) $y=5x^2-\sqrt[3]{x^4}+\dfrac{4}{x^3}$ б) $y=\dfrac{7x^2+4\log_3 x}{2e^x-5arcctgx}$

в) $y=e^{tg\left(3x-2\right)}$ г) $y=(\arcsin x)^{x^2+1}$

д) $y=\left(5^x+2\cos x\right)\left(10-3\ln x\right)$ е) $y=\dfrac{1}{3}\ln\dfrac{x^2-1}{x^2+1}-\dfrac{1}{2}\sqrt{x^3-x^2}$

2. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции:
$$\begin{cases} x=arctg4t, \\ y=t^4+4t^3. \end{cases}$$

3. Найти производную y' от неявной функции $arcctg(x+y)-x-2y=0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\pi/4}\dfrac{\sin(3x+\pi/4)}{\pi/4-x}$; б) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{5^{2x-3}-5^5}{e^{x-4}-1}$.

5. Провести исследование функции $y=\dfrac{x^2-3x+3}{x-1}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 7

1. Найти производные следующих функций:

а) $y=3x^5-\sqrt{x^3}+\dfrac{10}{x^5}$ б) $y=\dfrac{3arctgx-5^x}{4\ln x-5x^6}$

в) $y=\ln\left(e^{2x}+3\right)$ г) $y=(\sin x)^{\sqrt{x}}$

д) $y=\left(e^x+6ctgx\right)\left(9+7\log_6 x\right)$ е) $y=\arcsin\dfrac{x+1}{\sqrt{2}}-\arccos\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x=\ln(1-5t), \\ y=t^5-10t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $e^{x+y}=\sin xy$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-2x}{\sin(2\pi x)}$; б) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3^{5x+10}-1}{\ln(4x+9)}$.

5. Провести исследование функции $y=\dfrac{4-x^3}{x^2}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 8

1. Найти производные следующих функций:

а) $y=\sqrt[3]{x^7}-4x^6+\dfrac{4}{x^5}$ б) $y=\dfrac{2\arccos x+e^x}{3\log_2 x-7x^3}$

в) $y=3^{-\arcsin(6x)}$ г) $y=\left(x^3-1\right)^x$

д) $y=\left(7^x-4\sin x\right)\left(4+3\ln x\right)$ е) $y=\dfrac{1}{2}\ln tg\dfrac{x}{2}-\dfrac{1}{2}tg^2\left(3^x\right)$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = arctg5t, \\ y = 5t^2 - 20t. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $arcctg(2x - 3y) = 5^y$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{2-x}{ctg\dfrac{\pi x}{4}}$; б) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{3^{x-4} - 1}{\ln(33 - 2x^2)}$.

5. Провести исследование функции $y = \dfrac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 9

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = 8x^2 + \sqrt[3]{x^4} - \dfrac{2}{x^3}$ б) $y = \dfrac{5\ln x + 3x^4}{6\arcsin x - 2^x}$

в) $y = (1 + \sin 2x)^{10}$ г) $y = (x^4 + 5)^{ctgx}$

д) $y = (4\log_5 x - e^x)(6 - 5tgx)$ е) $y = \arcsin\sqrt{1 + \sin x} + 2^{-(x^2 + 2x)}$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(2 + 3t), \\ y = t^6 - 3t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $\cos(x - y) - 2x + 4y = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{tg(2\pi x)}{2x^2 - 6x}$; б) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\ln(4x - 6) - \ln 2}{2^{3x-6} - 1}$.

5. Провести исследование функции $y = \dfrac{2x^3 + 1}{x^2}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 10

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = 4x^6 - \sqrt[3]{x^7} - \dfrac{7}{x^4}$ б) $y = \dfrac{5\arccos x - e^x}{4\log_5 x - 6x^3}$

в) $y = 2^{\arcsin 5x}$ г) $y = (\ln x)^x$

д) $y=\left(10\ln x+6^x\right)\left(2\sin x-\sqrt{3}\right)$ е) $y=\ln\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{1+\cos x}}+\ln^3 x$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x=arctg6t, \\ y=3t^4+2t^3. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $e^{xy}=\ln x+arcctgy$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\cos\left(x/2\right)}{\pi-x}$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln\left(2x^2-1\right)}{3^{x-1}-1}$.

5. Провести исследование функции $y=\dfrac{(x-1)^2}{x^2}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 11

1. Найти производные следующих функций:

а) $y=2\sqrt{x^3}+3x^2-\dfrac{2}{x^5}$ б) $y=\dfrac{6^x-3arctgx}{5x^2-9\ln x}$

в) $y=\left(1+\cos 3x\right)^6$ г) $y=(\arccos x)^{x^2}$

д) $y=\left(e^x-7\log_3 x\right)\left(\sqrt{2}-3tgx\right)$ е) $y=arctg\sqrt{\sin x}+\dfrac{1}{2}\cos x^2$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x=\ln\left(5-4t\right), \\ y=t^8+2t^4. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $\cos y=\sin x+2y$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 3\pi}\dfrac{x^2-9\pi^2}{\sin\left(x/3\right)}$; б) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{e^{x-3}-e^2}{4^{10-2x}-1}$.

5. Провести исследование функции $y=\dfrac{x^2}{(x-1)^2}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 12

1. Найти производные следующих функций:

а) $y=4x^3-\sqrt[5]{x^2}+\dfrac{6}{x^2}$ б) $y=\dfrac{8x^4-7\log_8 x}{e^x+2\arcsin x}$

в) $y = \ln tg\left(4x-1\right)$ г) $y = (\sin x)^{x^3}$

д) $y = \left(4^x + 6\ln x\right)\left(8+3\cos x\right)$ е) $y = 6\sqrt[6]{1-\sin^2 x} + \arccos\left(2^x\right)$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = arctg7t, \\ y = 7t^4 - 21t. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $xy + \ln y - 2\ln x = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\pi/8} \dfrac{\pi/4 - 2x}{\sin\left(2x + 3\pi/4\right)}$; б) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{\ln\left(3x-14\right)}{4^{2x-10} - 1}$.

5. Провести исследование функции $y = \dfrac{12-3x^2}{x^2+12}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 13

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = 5x^3 - \dfrac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}$ б) $y = \dfrac{9^x - 3\arccos x}{5x^3 + 8\ln x}$

в) $y = \sin\left(e^{4x+3}\right)$ г) $y = \left(x^2+2\right)^{3x}$

д) $y = \left(e^x - 5\log_8 x\right)\left(6ctgx - 1\right)$ е) $y = \log_3 \sqrt[3]{x^3-1} + \ln\left(\ln x\right)$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln\left(8-7t\right), \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $tgy = xy^2 + e^x$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{2x-6}{ctg\,\dfrac{\pi x}{6}}$; б) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{7^{2x-3} - 7^3}{e^{6-2x} - 1}$.

5. Провести исследование функции $y = \dfrac{-8x}{x^2+4}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 14

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = \dfrac{9}{x^3} + \sqrt[3]{x^4} + 5x^4$ б) $y = \dfrac{5\arccos x - e^x}{2\log_4 x - 6x^2}$

в) $y = \arcsin(\ln(2x))$ г) $y = x^{arctgx}$

д) $y = (2^x + 3\ln x)(4\cos x + 11)$ е) $y = \ln\sqrt{\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}} + 3^{\sin^2 x}$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = arcctg7t, \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $x\ln y = 3x^3 + y^2$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 2\pi} \dfrac{1+\cos(x/2)}{(x-2\pi)^2}$; б) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\ln(13-3x^2)}{3^{x-2}-1}$.

5. Провести исследование функции $y = \dfrac{3x^4+1}{x^3}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 15

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = \dfrac{4}{x^5} + \sqrt[5]{x^2} - 7x^3$ б) $y = \dfrac{4\ln x - 3x^6}{7arcctgx + 8^x}$

в) $y = \ln(1 + arctg2x)$ г) $y = (\cos x)^{tgx}$

д) $y = (e^x - 5\log_4 x)(9\sin x - 12)$ е) $y = 6\sqrt[6]{1-\sin x} + \arcsin(3^x)$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(4+3t), \\ y = 6t^3 - 15t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $e^{xy} - (x+3y) = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{tg\pi x}{\sin(x-2)}$; б) $\lim\limits_{x\to -4} \dfrac{e^{3x+12}-1}{\ln(3x+13)}$.

5. Провести исследование функции $y = \dfrac{4x}{(x+1)^2}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 16

1. Найти производные следующих функций:

1. $y=\frac{8}{x^3}-4\sqrt{x^3}+2x^7$ 2. $y=\frac{3\arcsin x-e^x}{5\log_3 x+6x^2}$

3. $y=\ln\cos(2x+5)$ 4. $y=\left(x^3+1\right)^{tgx}$

5. $y=\left(6\ln x-5^x\right)\left(15+7\sin x\right)$ 6. $y=\cos^4 x\cos x^4-\cos\left(4x+1\right)$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x=arcctg6t, \\ y=2t^3-9t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' функции, заданной неявно: $x\sin y-y\cos x=0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\pi/4}\frac{tg\left(x+3\pi/4\right)}{\pi-4x}$; б) $\lim\limits_{x\to-3}\frac{8^{x+6}-8^3}{e^{2x+6}-1}$.

5. Провести исследование функции $y=\frac{8(x-1)}{(x+1)^2}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 17

1. Найти производные следующих функций:

1. $y=5x^2-\sqrt[3]{x^7}-\frac{2}{x^6}$ 2. $y=\frac{2arctgx+4^x}{3\ln x-4x^5}$

3. $y=\arccos\left(\log_4 7x\right)$ 4. $y=\left(tgx\right)^{\sin x}$

5. $y=\left(3\log_9 x+e^x\right)\left(21-2\cos x\right)$ 6. $y=e^{\frac{x}{\ln^2 x}}-\frac{1}{\sqrt{3}}arctg\frac{x}{\sqrt{3}}$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x=\ln\left(2-5t\right), \\ y=t^5+5t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' функции, заданной неявно: $tg(x+y)-xy=0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to2\pi}\frac{4\pi-2x}{\cos\left(x/4\right)}$; б) $\lim\limits_{x\to-1}\frac{e^{x+1}-1}{\ln\left(4x^2-3\right)}$.

5. Провести исследование функции $y=\frac{1-2x^3}{x^2}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 18

1. Найти производные следующих функций:

1. $y=10x^2+3\sqrt{x^5}-\dfrac{5}{x^4}$ 2. $y=\dfrac{7x^4-5\log_9 x}{e^x-3\arcsin x}$

3. $y=arctg\left(\cos 3x\right)$ 4. $y=(\cos x)^{tgx}$

5. $y=\left(4\ln x-6^x\right)\left(1+5ctgx\right)$ 6. $y=\sin\dfrac{1+x^2}{1-x^2}+arcctg(\sqrt{x})$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x=arcctg 5t, \\ y=3t^5+5t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' функции, заданной неявно: $e^{x+y}-xy=0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 3\pi/2}\dfrac{6\pi-4x}{ctg\dfrac{x}{3}}$. б) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{e^{x+1}-1}{3^{2x+3}-3}$.

5. Провести исследование функции $y=\dfrac{x^3-32}{x^2}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 19

1. Найти производные следующих функций:

1. $y=\sqrt{x^5}+\dfrac{4}{x^3}-3x^3$ 2. $y=\dfrac{5^x-3arctgx}{4x^3+2\ln x}$

3. $y=e^{\sin(6x-5)}$ 4. $y=\left(x^4+1\right)^{\sqrt{x}}$

5. $y=\left(2\log_3 x-6\cos x\right)\left(9+e^x\right)$ 6. $y=\arcsin^3\left(\ln\left(1+x^2\right)\right)$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x=\ln\left(3+4t\right), \\ y=2t^4-6t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' функции, заданной неявно: $x+y-\left(x-y\right)^2=0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 4\pi}\dfrac{\left(3x-12\pi\right)^2}{1+\cos\left(x/4\right)}$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2^{5-5x}-1}{\ln\left(5x-4\right)}$.

5. Провести исследование функции $y=\dfrac{3x-2}{x^3}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант № 20

1. Найти производные следующих функций:

1. $y=9x^3-\dfrac{7}{x^4}+\sqrt[3]{x^7}$ 2. $y=\dfrac{e^x+2\arcsin x}{5x^2-4\log_7 x}$

3. $y=\sin\left(\ln 2x\right)$ 4. $y=\left(2x+1\right)^{e^x}$

5. $y=\left(5\ln x+8tgx\right)\left(5^x-8\right)$ 6. $y=\ln\dfrac{1+e^x}{1-e^{-x}}+\sin\left(tg^2x\right)$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x=arcctg4t, \\ y=3t^4-8t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' функции заданной неявно: $e^{xy}-x^2+y^2=0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\pi/6}\dfrac{\pi-6x}{tg\left(2x+2\pi/3\right)}$; б) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\ln\left(2x-5\right)}{e^{3x-9}-1}$.

5. Провести исследование функции $y=\dfrac{x^2-6x+9}{(x-1)^2}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант 21

1. Найти производные следующих функций:

1. $y=2x^5-\dfrac{4}{x^3}+3\sqrt{x}$ 2. $y=\dfrac{2\arcsin x+2^x}{4\ln x-2x^2}$

3. $y=\ln\cos\left(3x+5\right)$ 4. $y=x^{\ln x}$

5. $y=\left(e^x-3\cos x\right)\left(5-4\log_2 x\right)$ 6. $y=\ln\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}+arctgx^2$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x=arctg4t, \\ y=t^2-3t. \end{cases}$

3. Найти производную от неявной функции $\sin(xy)=\dfrac{y}{x}$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{tg(2x)}{\sin x}$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3^{x-1}-1}{\ln(2x-1)}$.

5. Провести исследование функции $y=\dfrac{4x^2}{3+x^2}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант 22

1. Найти производные следующих функций:

1. $y=\sqrt[5]{x^4}-5x^3+\dfrac{2}{x^6}$ 2. $y=\dfrac{4\arcsin x-e^x}{3\ln x+5x^3}$

3. $y=\dfrac{1}{2}\sin^4(\ln x)$ 4. $y=x^{\arccos x}$

5. $y=\left(2^x+4\sin x\right)\left(3\ln x-2\right)$ 6. $y=2^{\sqrt{ctgx}}+\cos^4(\sin x)$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x=arctgt, \\ y=t^2+2t. \end{cases}$

3. Найти производную от неявной функции $tg(x+y)=xy$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{\sin x}{tg(2x)}$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln(2x-1)}{2^{x-1}-1}$.

5. Провести исследование функции $y=\dfrac{2x^2}{1+x^2}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант 23

1. Найти производные следующих функций:

1. $y=3x^5+\sqrt[3]{x^4}-\dfrac{4}{x^3}$ 2. $y=\dfrac{\ln x-2x^3}{5^x-2\arccos x}$

3. $y=\arccos(tg3x)$ 4. $y=x^{\sqrt{6x+2}}$

5. $y=\left(5tgx+2^x\right)\left(4\ln x+3\right)$ 6. $y=\sqrt{\dfrac{x+1}{3x-2}}+e^{-\ln\left(1+x^2\right)}$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(1-3t), \\ y = t^2 - t. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $\ln(x+y) = x$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 1}{\sin(\pi x)}$; б) $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{\ln(2x+9) - \ln 3}{e^{3x+9} - 1}$.

5. Провести исследование функции $y = \dfrac{2}{x^2 + 2x}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант 24

1. Найти производные следующих функций:

1. $y = 9\sqrt{x} - \dfrac{2}{x^7} - 3x^4$ 2. $y = \dfrac{2^x + 6\arcsin x}{5x^2 - 2\ln x}$

3. $y = arcctg e^{5x}$ 4. $y = (ctgx)^{x^2}$

5. $y = \left(tgx + 2^x\right)\left(2\ln x - 5x\right)$ 6. $y = \ln\left(\arccos x\right) + \dfrac{1}{3}\ln^3 x + \arcsin\left(x^3\right)$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = arctg 3t, \\ y = t^2 - 4t. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $y\ln x + \cos(x-y) = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sin(3\pi x)}{tg(\pi x)}$; б) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{3^{x+2} - 1}{\ln\left(x^2 - 3\right)}$.

5. Провести исследование функции $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Вариант 25

1. Найти производные следующих функций:

1. $y = x + \dfrac{5}{x^3} - \sqrt[5]{x^4}$ 2. $y = \dfrac{5^x - 3\arcsin x}{4x^3 + 5\ln x}$

3. $y = \ln\left(\arccos 3x\right)$ 4. $y = \left(x+1\right)^{\cos x}$

5. $y=\left(e^x+4tgx\right)\left(3+2\log_4 x\right)$ 6. $y=arctg\dfrac{1+x^3}{1-x^3}+\sqrt{\arccos\left(1+x\right)}$

2. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции $\begin{cases} x=\ln\left(1+2t\right), \\ y=4t^2-16t. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $y\sin x+y=0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{tg\left(x\right)}{x^2-4\pi^2}$; б) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{e^{3x-6}-1}{\ln\left(9-4x\right)}$.

5. Провести исследование функции $y=\dfrac{12x}{9+x^2}$ на возрастание, убывание, экстремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №5

Вариант № 1

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z=y^2\cos(x+y)$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u=\dfrac{x^2}{y-2z}$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z=2x^3+6xy^2-30x-24y$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x\partial y^2}$ от функции $z=x^3+xy^2-5xy^3$.

Вариант № 2

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z=x^2tgy$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u=xe^{yz}$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 3x^2y - y^3 + 6x^2 + 9y^2 - 4$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = x^2 + y^3 + y\cos x + e^x + 5$.

Вариант № 3

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = y^2 ctgx$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u = x^2 \sin\sqrt{y+z}$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 6x^2y + 2y^3 - 24x - 30y$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = e^x \cos y + x^2 + \sin y$.

ВАРИАНТ № 4

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = \left(2y^2 - 2x\right)\left(3y + x\right)$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u = \ln\left(x^2 + y - 2z\right)$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^3 - 8y^3 - 6xy + 1$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = y^4 + 3x^2 + 4xy + 5x - 2y + \pi$.

Вариант № 5

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = e^{x^2 + 3y^2}$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u = \dfrac{x+y^2}{2z}$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^3 - xy^2 + 3x^2 + y^2 - 1$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ от функции $z = x^2 + 5xy + 6y^2x + 2$.

Вариант № 6

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = \dfrac{y^2}{x+5}$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных $u = xye^z$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^2y - \dfrac{1}{3}y^3 + 2x^2 + 3y^2 - 1$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ от функции $z = \dfrac{x}{y} + y^2$.

Вариант № 7

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = y \log_2 5x$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u = xz \cdot tg\sqrt{y}$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^3 + 6xy + 3y^2 - 18x - 18y$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ от функции $z = x^4 + 5x^2y - 7xy^2 + 8$.

Вариант № 8

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = x^2 3^{x+y}$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u = x^{yz}$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^2 y - y^3 - x^2 - 3y^2 + 3$.

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = x^2 + 3y^3 + 5x^2 y + 5x - 4y$.

Вариант № 9

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = y^2 5^{x^2+4y}$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u = \frac{2x^2 + y}{z + x}$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 3x^2 - 6xy - y^3 - 12x + 12y$.

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = x^3 + 4x^2 y - 2xy^2 - 15xy + 1$.

Вариант № 10

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = (x+3)\arcsin y^2$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u = yze^{x^2}$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 - y + 1$.

Вариант № 11

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = \dfrac{2y^2 - 2x}{3y + x}$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u = xy\cos\sqrt{z}$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^2 y - 2y^3 - x^2 - 5y^2$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ от функции $z = e^{x^2} + 4x - 5xy^3$.

Вариант № 12

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = \dfrac{2x^2 + y}{3y + x}$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u = x\ln(y + z)$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 2x^3 + y^2 + 6xy + 12x$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = \ln x - x^2 + y^2 + 4x^3 y^2$.

Вариант № 13

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = x^y$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u = \dfrac{y^2}{x + z}$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 8x^3 - y^3 - 12xy - 1$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^3}$ от функции $z = e^{x^2} + 5\cos y - 4x^2y^4$.

Вариант № 14

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = x \cdot tg\sqrt{y}$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u = x^2 z e^y$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 2x^3 + 16y^3 - 12x^2y - 9x^2$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial y^3}$ от функции $z = y\cos x + x\sin y$.

Вариант № 15

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = xye^{x^2}$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u = x\,arctg\left(yz\right)$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = -8x^3 + y^3 + 6xy^2 + 9y^2$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = x^6 + y^2 + \log_3 x + 5x^2y^4 + 1$.

Вариант № 16

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = \dfrac{x + y^2}{2x - y}$

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u = y^{zx^2}$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = e^{-\frac{x}{2}}(x^2 + y^2)$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ от функции $z = y^2 e^{x^2} - x - 1$.

Вариант № 17

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = \ln\left(x^2 + y\right)$

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u = \dfrac{x}{y^2 - 2z}$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = e^{-2x^2}(x - y^2)$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial y^3}$ от функции $z = x^2 y + xy^2 - 5\ln y$.

Вариант № 18

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = x^2 \sin(x + y^2)$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u = y^2 x e^z$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = e^{-\frac{y}{2}}(x^2 - y)$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^3}$ от функции $z = e^x \sin y + xe^y$.

Вариант № 19

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = xe^{xy}$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u = z\sin x\cos y$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = e^{-2y^2}(x^2 + y)$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ от функции $z = \left(x+1\right)^2 + \dfrac{1}{y} - 6xy^2$.

Вариант № 20

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных: $z = \dfrac{x^2}{y-2}$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u = \dfrac{x+y}{\ln(z-x)}$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = -\dfrac{1}{2}x^2 + 8xy - y^3 - 13x - 12y$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = 3x^2 + x^3y^2 + 5x - 4y + \ln 5$.

ВАРИАНТ № 21

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = y^2\cos(x+y)$.
2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u = \dfrac{x^2}{y-2z}$.
3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 2x^3 + 6xy^2 - 30x - 24y$.
4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ от функции $z = x^3 + xy^2 - 5xy^3$.

ВАРИАНТ № 22

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z=(y+3)\arcsin x^2$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u=xze^{y^2}$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z=2x^3-xy^2+5x^2+y^2$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z=2x^3+4xy^2+x^2-y+3$.

ВАРИАНТ № 23

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z=x^2\cos y$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u=xe^{y+z}$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z=3x^2y-y^3+6x^2+9y^2-4$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z=x^2+y^3+y\ln x+e^x+5$.

ВАРИАНТ № 24

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z=x^2 ctgy$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u=y^2\sin\sqrt{x+z}$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z=6x^2y+2y^3-24x-30y$.

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z=e^x\cos y+y^2+\sin x$.

ВАРИАНТ № 25

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z=\left(2y^2+6x\right)\left(3y-x\right)$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных: $u=\ln\left(x^2y-2z\right)$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z=x^3-8y^3-6xy+1$.

Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z=y^4+23x^2+4xy+5x-2y+8$.

2 СЕМЕСТР

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №1

Вариант № 1

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[3]{x^5}+\frac{2}{x^3}-3\right)dx$.
2. $\int\frac{x^2}{x^3+8}dx$.
3. $\int\frac{1}{\sqrt{x}-1}dx$.
4. $\int(5x^2-16x^4-2)\log_2 x\,dx$.
5. $\int(1-4x)^7dx$.
6. $\int\frac{dx}{\sqrt{18+4x-4x^2}}$.
7. $\int\frac{3x-4}{x+6}dx$.

Задание 2. Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_1^2 x\sqrt{5-x^2}dx$; б) $\int\limits_1^9\frac{dx}{5+2\sqrt{x}}$; в) $\int\limits_0^{\pi/3}x\cos x dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=2-x^2$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=\ln(x^2-1)$, $2\le x\le 3$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases}x=6\cos^3 t,\\ y=6\sin^3 t,\end{cases}$ $0\le t\le\pi/3$.

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=te^{2t}$; t_0 – первые три часа работы.

Вариант № 2

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[4]{x^3}-\frac{3}{x^2}+2\right)dx$.
2. $\int\sin^5 x\cos x dx$.
3. $\int\frac{1}{\sqrt{x}-1}dx$.
4. $\int(5-4x)\sin 3x\,dx$.
5. $\int\frac{dx}{4-3x}$.
6. $\int\frac{dx}{\sqrt{4x^2-6x+9}}$.
7. $\int\frac{3x+2}{x-1}dx$.

Задание 2. Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_0^{\pi/2}\sin^3 x\cos x dx$; б) $\int\limits_1^{16}\frac{dx}{x+\sqrt[4]{x}}$; в) $\int\limits_0^{\ln 5} xe^{-x}dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\frac{2}{x}$, $y=-\frac{x}{2}-\frac{5}{2}$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=1-\ln\cos x,\quad 0\le x\le\pi/6$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases}x=3(\cos t+t\sin t),\\ y=3(\sin t-t\cos t),\end{cases}$ $0\le t\le\pi/3$.

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=\ln t$; t_0 – третий час работы.

Вариант № 3

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[3]{x^2}+\frac{5}{x^4}-2\right)dx$.
2. $\int\frac{\sqrt[5]{\ln x}}{x}dx$.
3. $\int\frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1}dx$.
4. $\int(2x+1)e^{5x}dx$.
5. $\int\sin(5-3x)dx$.
6. $\int\frac{dx}{\sqrt{12-5x-4x^2}}$.
7. $\int\frac{4x-5}{x+2}dx$.

Задание 2. Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_1^e\frac{\sqrt[3]{\ln x}}{x}dx$; б) $\int\limits_4^9\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}dx$; в) $\int\limits_0^1\ln(1+2x)dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=1+\frac{8}{9}x^2$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=2-e^x$, $\ln\sqrt{3}\le x\le\ln\sqrt{8}$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases}x=3{,}5(2\cos t-\cos 2t),\\ y=3{,}5(2\sin t-\sin 2t),\end{cases}$ $0\le t\le\pi/2$.

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=te^{t^2}$; t_0 – первые три часа работы.

Вариант № 4

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[5]{x^2}-\frac{6}{x^5}+9\right)dx$.
2. $\int\frac{x^2}{x^3+8}dx$.
3. $.\int\frac{x+1}{\sqrt[3]{2x+1}}dx$.
4. $\int(4-5x)3^x\,dx$.
5. $\int e^{10x+2}dx$.
6. $\int\frac{5-4x}{2x^2+16x-20}dx$.
7. $\int\frac{2x+7}{x-3}dx$.

Задание 2. Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_0^{\pi/2} e^{\sin x}\cos x dx$; б) $\int\limits_0^4\frac{1}{1+\sqrt{2x+1}}dx$; в) $\int\limits_0^1\ln(x+1)dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=3-2x-x^2$, $y=0$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=\sqrt{1-x^2}+\arcsin x,\quad 0\le x\le\frac{7}{9}$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases}x=4(t-\sin t),\\ y=4(1-\cos t),\end{cases}\quad \pi/2\le t\le 2\pi/3.$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=20te^{t^2}$; t_0 – первый час работы.

Вариант № 5

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[6]{x^5}-\frac{8}{x^3}-10\right)dx$.

2. $\int e^{\sin x}\cos x dx$.

3. $\int\frac{1}{1+\sqrt{x}}dx$.

4. $\int\left(x^3-4x+1\right)\ln x dx$.

5. $\int\frac{dx}{\sqrt[3]{5+3x}}$.

6. $\int\frac{dx}{\sqrt{9x^2+27x-15}}$.

7. $\int\frac{3x-4}{x+6}dx$.

Задание 2.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_0^1\frac{x^2}{x^3+8}dx$; б) $\int\limits_0^2\frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)^3}}dx$; в) $\int\limits_0^{\pi/3} x\cos 3x dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2+2$, $y=1-x^2$ $x=0$, $x=1$.

Задание 4.Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=1-\arccos x+\sqrt{1-x^2}$, $0\le x\le\frac{9}{16}$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases} x=e^t(\cos t+\sin t), \\ x=e^t(\cos t-\sin t), \end{cases}$ $\pi/2\le t\le\pi.$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=5t\sqrt{t}$; t_0 – первые пять часов работы.

Вариант № 6

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[4]{x^5}+\frac{7}{x^2}-14\right)dx$.
2. $\int\frac{(arctgx)^3}{1+x^2}dx$.
3. $\int\frac{dx}{\sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)^3}}$.
4. $\int 4x\ arctgx\ dx$.
5. $\int\frac{dx}{3x+4}$.
6. $\int\frac{dx}{\sqrt{18+4x-4x^2}}$.
7. $\int\frac{5x-1}{x+8}dx$.

Задание 2. Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_0^1\frac{(arctgx)^3}{1+x^2}dx$; б) $\int\limits_3^8\frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1}dx$; в) $\int\limits_0^{\pi}x\sin x dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\sqrt{x}$, $y=2-x$ $y=0$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=e^x+e,\quad \ln\sqrt{3}\le x\le\ln\sqrt{15}$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases}x=(t^2-2)\sin t+2t\cos t,\\ y=(2-t^2)\cos t+2t\sin t,\end{cases}$ $0\le t\le 2\pi.$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=\ln(1+t)$; t_0 – первые пять часов работы.

Вариант № 7

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[3]{x^7}-\frac{5}{x^2}+4\right)dx$.
2. $\int e^{-x^4}\cdot x^3dx$.
3. $\int\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}dx$.
4. $\int\left(5x^2-16x^4-2\right)\log_2 x\,dx$.
5. $\int\sin\left(3+4x\right)dx$.
6. $\int\frac{dx}{5x^2-15x+10}$.
7. $\int\frac{4x+1}{x-7}dx$.

Задание 2.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_0^1\frac{(10x-2)}{\sqrt{5x^2-2x+1}}dx$;   б) $\int\limits_{-1}^1\frac{xdx}{\sqrt{5+4x}}$;   в) $\int\limits_0^1(x-1)e^{-x}dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\frac{1}{1+x^2}$, $y=\frac{x^2}{2}$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=\ln x$, $\sqrt{3}\le x\le\sqrt{15}$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases}x=6(\cos t+t\sin t),\\ y=6(\sin t-t\cos t),\end{cases}$ $0\le t\le\pi.$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=t^2+\frac{1}{4}$; t_0 – второй час работы.

Вариант № 8

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[4]{x^7}+\dfrac{3}{x^4}-8\right)dx$.
2. $\int\left(e^x+4\right)^3 e^x dx$.
3. $\int\dfrac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}$.
4. $\int\left(x^5-4x^3+3\right)\log_3 x\,dx$.
5. $\int e^{2-5x}dx$.
6. $\int\dfrac{dx}{\sqrt{5x^2-14x+20}}$.
7. $\int\dfrac{5x+2}{x-2}dx$.

Задание 2.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_0^2 e^{-x^4}\cdot x^3dx$; б) $\int\limits_9^{25}\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}dx$; в) $\int\limits_0^{2\pi} x\cos x dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=2x-x^2$, $y=-x$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=1-\ln\sin x,\quad \pi/3\le x\le\pi/2$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases} x=(t^2-2)\sin t+2t\cos t, \\ y=(2-t^2)\cos t+2t\sin t, \end{cases}$ $0\le t\le\pi/2.$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=3e^{\frac{t}{2}}$; t_0 – пятый час работы.

Вариант № 9

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[5]{x^9}-\frac{5}{x^7}+4\right)dx$.
2. $\int\frac{\arcsin x+5}{\sqrt{1-x^2}}dx$.
3. $\int x\sqrt{1+x}dx$.
4. $\int(3-5x)\cos 3x\,dx$.
5. $\int\frac{dx}{\sqrt[3]{(3-4x)^2}}$.
6. $\int\frac{dx}{\sqrt{21-8x-3x^2}}$.
7. $\int\frac{6x-8}{x+4}dx$.

Задание 2. Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_0^1\frac{x}{\left(2+x^2\right)^2}dx$; б) $\int\limits_0^3 x\sqrt{1+x}dx$; в) $\int\limits_0^2 xe^{-\frac{x}{2}}dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2=2(x-1)$, $x=3$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=\arcsin x-\sqrt{1-x^2}$, $0\le x\le\frac{15}{16}$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases}x=5(t-\sin t),\\ y=5(1-\cos t),\end{cases}$ $0\le t\le\pi.$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=(1+5t)e^{2t}$;

t_0 – три года.

Вариант № 10

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[7]{x^2}+\frac{4}{x^8}-2\right)dx$.

2. $\int\frac{x}{\left(2+x^2\right)}dx$.

3. $\int\frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$.

4. $\int(6x+2)\sin 6x\,dx$.

5. $\int\frac{dx}{2-5x}$.

6. $\int\frac{dx}{\sqrt{2x^2+8x-10}}$.

7. $\int\frac{6x+7}{x-8}dx$.

Задание 2. Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3}\frac{\sin x}{\cos^3 x}dx$; б) $\int\limits_{1}^{3}\frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$; в) $\int\limits_{0}^{1}\ln(x+2)dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\sin x$, $y=\cos x$, $x=0$ ($x\geq 0$).

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=1-\ln(x^2-1)$, $3\leq x\leq 4$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases}x=8\cos^3 t,\\ y=8\sin^3 t,\end{cases}$ $0\leq t\leq\pi/6$.

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=-4t^2+24t+160$;

t_0 – первые четыре часа работы.

Вариант № 11

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[8]{x^3}-\frac{10}{x^2}+15\right)dx$.
2. $\int\sqrt[6]{5-x^4}\cdot x^3dx$.
3. $\int\frac{\sqrt[3]{(x-2)^2}}{\sqrt[3]{(x-2)^2}+3}dx$.
4. $\int(3-2x)e^{2x}dx$.
5. $\int\cos(4x+3)dx$.
6. $\int\frac{dx}{3x^2+10x-15}$.
7. $\int\frac{8x-5}{x+6}dx$.

Задание 2. Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_{1/\pi}^{2/\pi}\frac{1}{x^2}\sin\frac{1}{x}dx$; б) $\int\limits_{-2}^{0}\frac{1}{(2-x)\sqrt{1-x}}dx$; в) $\int\limits_{1}^{e}x\ln x dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $xy=4,\ y=x,\ x=4$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=\frac{x^2}{4}-\frac{\ln x}{2},\quad 1\le x\le 2$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases}x=e^t(\cos t+\sin t),\\ y=e^t(\cos t-\sin t),\end{cases}$ $0\le t\le 3\pi/2.$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=(1+4t)e^{3t}$;

t_0 – четыре года.

Вариант № 12

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[6]{x^5}-\dfrac{6}{x^4}-10\right)dx$.
2. $\int\dfrac{(arctgx)^3}{1+x^2}dx$.
3. $\int\dfrac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}$.
4. $\int(3-5x)\cos 3x\,dx$.
5. $\int e^{10x+2}dx$.
6. $\int\dfrac{dx}{\sqrt{21-8x-3x^2}}$.
7. $\int\dfrac{6x-8}{x+4}dx$.

Задание 2. Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_1^{e^3}\dfrac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}dx$; б) $\int\limits_2^{10}\dfrac{x^2dx}{\sqrt{x-1}}$; в) $\int\limits_0^1 xe^{-x}dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=3\sqrt{x},\ y=\dfrac{3}{x},\ x=9$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=\ln\sin x,\quad \pi/3\le x\le\pi/2$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases}x=4(\cos t+t\sin t),\\ y=4(\sin t-t\cos t),\end{cases}\quad 0\le t\le 2.$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=-3t^2+18t+120$;

t_0 – третий и четвертый час рабочего дня.

Вариант № 13

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[5]{x^2}-\frac{6}{x^5}+9\right)dx$.
2. $\int\frac{\sqrt[5]{\ln x}}{x}dx$.
3. $\int\frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1}dx$.
4. $\int 4x\,arctgx\ dx$.
5. $\int\frac{dx}{2-5x}$.
6. $\int\frac{dx}{5x^2-15x+10}$
7. $\int\frac{5x-1}{x+8}dx$.

Задание 2.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_0^1\left(e^x+4\right)^3e^xdx$; б) $\int\limits_4^{12}\frac{\sqrt{x-3}+3}{\sqrt{x-3}-3}dx$; в) $\int\limits_0^1 xe^{2x}dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2=8x$, $x=8$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=e^x+6,\quad \ln\sqrt{8}\le x\le\ln\sqrt{15}$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases}x=4\cos^3 t,\\ y=4\sin^3 t,\end{cases}\quad \pi/6\le t\le\pi/4.$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=(5+4t)e^{2t}$; t_0 – три года.

Вариант № 14

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[4]{x^5}+\frac{7}{x^2}-14\right)dx$.

2. $\int\left(e^x+4\right)^3 e^x dx$.

3. $\int\frac{\sqrt[3]{(x-2)^2}}{\sqrt[3]{(x-2)^2}+3}dx$.

4. $\int(5-4x)\sin 3x\,dx$.

5. $\int\frac{dx}{3x+4}$.

6. $\int\frac{dx}{\sqrt{9x^2+27x-15}}$.

7. $\int\frac{4x-5}{x+2}dx$

Задание 2. Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_1^e\frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}dx$; б) $\int\limits_{-4/3}^{11/3}\frac{dx}{\sqrt{3x+5}-\sqrt[4]{3x+5}}$; $\int\limits_0^1 x\cdot arctgxdx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2=2x+4$, $x=0$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=\ln\cos x+2,\quad 0\le x\le\pi/6$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases}x=e^t(\cos t+\sin t),\\ y=e^t(\cos t-\sin t),\end{cases}\quad 0\le t\le\pi.$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=-\frac{5}{2}t^2+15t+100$;

t_0 – пятый и шестой часы рабочего дня.

Вариант № 15

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[3]{x^2}+\frac{5}{x^4}-2\right)dx$.
2. $\int\frac{\arcsin x+5}{\sqrt{1-x^2}}dx$.
3. $\int\frac{1}{1+\sqrt{x}}dx$.
4. $\int(3-2x)e^{2x}dx$.
5. $\int\sin(5-3x)dx$.
6. $\int\frac{dx}{\sqrt{12-5x-4x^2}}$.
7. $\int\frac{2x-1}{x+3}dx$.

Задание 2.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_0^1\frac{x^2}{x^6+4}dx$; б) $\int\limits_{-4/3}^{1/3}\frac{dx}{6+\sqrt{3x+8}}$; в) $\int\limits_0^{\ln 2}xe^{-x}dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2+2x$, $y=x+2$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=\sqrt{1-x^2}+\arcsin x,\quad 0\le x\le\frac{7}{9}$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases}x=2(2\cos t-\cos 2t),\\ y=2(2\sin t-\sin 2t),\end{cases}\quad 0\le t\le\pi/3.$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=(6+7t)e^{2t}$; t_0 – пять лет.

Вариант № 16

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[3]{x^7}-\frac{5}{x^2}+4\right)dx$.

2. $\int e^{\sin x}\cos x dx$.

3. $\int\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}dx$.

4. $\int(3x-2)\cos 2x\,dx$.

5. $\int e^{2-5x}dx$.

6. $\int\frac{dx}{3x^2-12x+5}$.

7. $\int\frac{2x+7}{x-3}dx$

Задание 2.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_0^1\frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}dx$; б) $\int\limits_1^9\frac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}$; в) $\int\limits_0^{e-1}\ln(x+1)dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2=1-x$, $x=-3$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=\sqrt{x^3}$, $0\le x\le 4$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases}x=3(2\cos t-\cos 2t),\\ y=3(2\sin t-\sin 2t),\end{cases}$ $0\le t\le 2\pi.$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=-\frac{1}{2}t^2+3t+20$;

t_0 – второй и третий час рабочего дня.

Вариант № 17

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[4]{x^3}-\dfrac{3}{x^2}+2\right)dx$.

2. $\int\sqrt[6]{5-x^4}\cdot x^3dx$.

3. $\int\dfrac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$.

4. $\int(6x+2)\sin 6x\,dx$.

5. $\int\dfrac{dx}{4-3x}$.

6. $\int\dfrac{dx}{\sqrt{2x^2+8x-10}}$.

7. $\int\dfrac{4x+1}{x-7}dx$

Задание 2. Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_1^2 e^x\sin e^x dx$; б) $\int\limits_{-1}^{62}\dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}-\sqrt[3]{x+2}}dx$; в) $\int\limits_0^{2\pi}(x+\pi)\cos x dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^3+1$, $y=0$, $x=2$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=\ln(1-x^2)$, $0\le x\le\dfrac{1}{4}$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases}x=(t^2-2)\sin t+2t\cos t,\\ y=(2-t^2)\cos t+2t\sin t,\end{cases}$ $0\le t\le\pi/3$.

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=(4+3t)e^{4t}$;

t_0 – два года

Вариант № 18

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[4]{x^7}+\frac{3}{x^4}-8\right)dx$.

2. $\int \sin^5 x \cos x dx$.

3. $\int \frac{xdx}{\sqrt{5-4x}}$.

4. $\int\left(x^5-4x^3+3\right)\log_3 x\, dx$.

5. $\int \cos(4x+3)dx$.

6. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-6x+9}}$.

7. $\int \frac{6x+7}{x-8}dx$

Задание 2. Вычислить определенные интегралы

а) $\int_1^2 \frac{e^x}{e^x+1}dx$; б) $\int_1^4 \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x^3}}dx$; в) $\int_2^e \ln x dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=4x-x^2$, $y=x$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=e^x+13$, $\ln\sqrt{15}\le x\le \ln\sqrt{24}$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases} x=3(t-\sin t), \\ y=3(t-\cos t), \end{cases}$ $\pi\le t\le 2\pi.$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=-t^2+6t+40$;

t_0 – первые четыре часа рабочего дня.

Вариант № 19

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[7]{x^2}+\frac{4}{x^8}-2\right)dx$.
2. $\int e^{-x^4}\cdot x^3dx$.
3. $\int\frac{x+1}{\sqrt[3]{2x+1}}dx$.
4. $\int(2x+1)e^{5x}dx$.
5. $\int\frac{dx}{\sqrt[3]{5+3x}}$.
6. $\int\frac{dx}{3x^2+10x-15}$.
7. $\int\frac{8x-5}{x+6}dx$.

Задание 2. Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_{-2}^{4}\sqrt{8+2x}dx$; б) $\int\limits_{1}^{3}\frac{\sqrt{x}}{x+1}dx$; в) $\int\limits_{0}^{\pi}x\sin 2xdx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=2-x^2$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=1+\ln\cos x$, $0\le x\le\pi/6$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases}x=2(\cos t+t\sin t),\\ y=2(\sin t-t\cos t),\end{cases}$ $0\le t\le\pi/2.$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=(5+6t)e^{3t}$; t_0 – один год.

Вариант № 20

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[8]{x^3}-\frac{10}{x^2}+15\right)dx$.

2. $\int x\sqrt{5-x^2}\,dx$.

3. $\int\frac{dx}{\sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)^3}}$.

4. $\int(4-5x)3^x\,dx$.

5. $\int\sin(3+4x)dx$.

6. $\int\frac{dx}{\sqrt{5x^2-14x+20}}$.

7. $\int\frac{5x+2}{x-2}dx$.

Задание 2.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_0^2\frac{x^2}{\sqrt[3]{1-x^3}}dx$; б) $\int\limits_0^{13}\frac{x+1}{\sqrt[3]{2x+1}}dx$; в) $\int\limits_1^e x^3\ln x\,dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2=3x$, $x^2=3y$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=-\ln\cos x,\quad 0\le x\le\pi/6$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases}x=(t^2-2)\sin t+2t\cos t,\\ y=(2-t^2)\cos t+2t\sin t,\end{cases}\quad 0\le t\le\pi.$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=\frac{1}{5t+2}+3$;

t_0 – второй и третий часы рабочего дня.

Вариант №21

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[3]{x^5}+\frac{2}{x^3}-3\right)dx$.
2. $\int\frac{x^2}{x^3+8}dx$.
3. $\int\frac{1}{\sqrt{x}-1}dx$.
4. $\int\left(5x^2-16x^4-2\right)\log_2 x\,dx$.
5. $\int(1-4x)^7dx$.
6. $\int\frac{dx}{\sqrt{18+4x-4x^2}}$.
7. $\int\frac{3x-4}{x+6}dx$.

Задание 2. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^{\sqrt{3}}\frac{1}{\left(1+x^2\right)arctgx}dx$; б) $\int\limits_1^{41}\frac{1}{\sqrt{2x-1}-\sqrt[4]{2x-1}}dx$ в) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}x\cos 3x dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^2-4$, $y=x+8$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y=e^x+26,\quad \ln\sqrt{8}\le x\le\ln\sqrt{24}$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases}x=2{,}5(t-\sin t),\\ y=2{,}5(1-\cos t),\end{cases}\quad \pi/2\le t\le\pi.$$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=(9+t)e^{3t}$; t_0 – два года.

Вариант №22

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[5]{x^9}-\dfrac{5}{x^7}+4\right)dx$.
2. $\int\dfrac{x}{\left(2+x^2\right)}dx$.
3. $\int x\sqrt{1+x}dx$.
4. $\int\left(x^3-4x+1\right)\ln x dx$.
5. $\int\dfrac{dx}{\sqrt[3]{(3-4x)^2}}$.

6. $\int\dfrac{5-4x}{2x^2+16x-20}dx$.

7. $\int\dfrac{3x+2}{x-1}dx$.

Задание 2. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_{1/2}^{\sqrt{3}/2}\dfrac{dx}{\arcsin^2 x\sqrt{1-x^2}}$; б) $\int\limits_0^4\dfrac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$; в) $\int\limits_0^{\frac{1}{2}}\arcsin x dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $xy=2$, $x+2y-5=0$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y=1+\arcsin x-\sqrt{1-x^2}$, $0\le x\le\dfrac{3}{4}$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases}x=10\cos^3 t,\\ y=10\sin^3 t,\end{cases}\quad 0\le t\le\pi/2.$$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=\dfrac{1}{4t+3}+4$;

t_0 – четвертый и пятый часы рабочего дня.

Вариант №23

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[3]{x^4}+\frac{3}{x^4}-3x\right)dx$.
2. $\int x\sqrt{2-x^2}dx$.
3. $\int\frac{xdx}{\sqrt{3-4x}}$.
4. $\int(x-2)\cos 3x\,dx$.
5. $\int(1+2x)^7dx$.
6. $\int\frac{dx}{3x^2-12x+5}$.
7. $\int\frac{3x-1}{x+4}dx$.

Задание 2. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^2\frac{x^3}{x^8+5}dx$; б) $\int\limits_3^{29}\frac{\sqrt[3]{(x-2)^2}}{\sqrt[3]{(x-2)^2}+3}dx$; в) $\int\limits_0^{\sqrt{3}} xarctgxdx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^2$, $4y=x^2$, $x=\pm 2$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y=2+\arcsin\sqrt{x}+\sqrt{x-x^2}$, $\frac{1}{4}\le x\le 1$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases}x=e^t(\cos t+\sin t),\\ y=e^t(\cos t-\sin t),\end{cases}\quad 0\le t\le 2\pi.$$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=\frac{1}{4t+3}+4$;

t_0 – четвертый и пятый часы рабочего дня.

Вариант №24

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[4]{x^7}-\frac{3}{x^5}+2\right)dx$.
2. $\int \sin^8 x\cos x dx$.
3. $\int \frac{1}{\sqrt{x}-5}dx$.
4. $\int (2x+3)\sin 3x\, dx$.
5. $\int \frac{dx}{4-2x}$.
6. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-6x+9}}$.
7. $\int \frac{5x+2}{x-3}dx$.

Задание 2. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_0^1 \frac{x^2}{\left(8x^3+27\right)^{3/2}}dx$; б) $\int\limits_{-1}^1 \frac{xdx}{\sqrt{4x+5}}$; в) $\int\limits_0^{\pi/6} x\sin 3xdx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=\frac{\sqrt{x}}{2}$,

$y=\frac{1}{2x}$, $x=16$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y=\frac{e^x+e^{-x}}{2}+3,\quad 0\le x\le 2$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x=2(t-\sin t), \\ y=2(1-\cos t), \end{cases} \quad 0\le t\le \pi/2.$$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=(8+5t)e^{2t}$;

t_0 – три года.

Вариант №25

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\sqrt[3]{x^5}+\frac{2}{x^3}-3\right)dx$.
2. $\int x\sqrt{5-x^2}\,dx$.
3. $\int\frac{xdx}{\sqrt{5-4x}}$.
4. $\int(3x-2)\cos 2x\,dx$.
5. $\int(1-4x)^7dx$.
6. $\int\frac{dx}{3x^2-12x+5}$.
7. $\int\frac{2x-1}{x+3}dx$.

Задание 2. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_0^1\sqrt[6]{5-x^4}\cdot x^3dx$; б) $\int\limits_0^4\frac{dx}{1+\sqrt{3x+4}}$; в) $\int\limits_{-1/2}^{1/2}xe^{-2x}dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^2$, $y=8-x^2$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y=\arccos\sqrt{x}-\sqrt{x-x^2}+4,\quad 0\le x\le\frac{1}{2}$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases}x=2\cos^3 t,\\ y=2\sin^3 t,\end{cases}\quad 0\le t\le\pi/4.$$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной за время t_0, если производительность труда характеризуется функцией $f(t)=\frac{5}{4t+2}+3$; t_0 – первые два часа рабочего дня.

Типовой расчета №2

Вариант №1

1) Все буквы русского алфавита написаны на 33 карточках. Какова вероятность того, что наудачу взятая карточка окажется с гласной буквой?

2) Ребенок не умеющий читать играет с буквами разрезной азбуки: А, Г, Е, З, Л, Ь. Какова вероятность того, что переставляя буквы наугад, он составит слово «ГАЗЕЛЬ»?

3) Две одинаковые монеты радиуса r размещены внутри круга R, в который наудачу бросается точка. Вычислить вероятность того, что эта точка упадет на одну из монет, если эти монеты не пересекаются.

4) В ящике 15 шаров. Из них 3 белые, пять – синие, семь – черные. Наудачу извлекают два шара без возвращения. Найти вероятность того, что шары одного цвета.

5) Издательство отправило газеты в два почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в каждое почтовое отделение равна 0,9. Найти вероятность того, что а) оба отделения получат газеты вовремя; б) хотя бы одно получит вовремя.

6) При разрыве снаряда образуются крупные, средние и мелкие осколки, число которых составляет соответственно 0,1; 0,3; 0,6 от общего числа осколков. При попадании в танк крупный осколок пробивает его броню с вероятностью 0,9, средний - с вероятностью 0,3 и мелкий с вероятностью 0,1. Найти вероятность того, что попавший в броню осколок пробьет его.

7) Вероятность для изделий некоторого производства удовлетворять стандарту равна 0,96. Предлагается упрощенная схема проверки на стандартность, дающая положительный результат с вероятностью 0,98 для изделий удовлетворяющих стандарту, а для изделий, не удовлетворяющих стандарту с вероятностью 0,05. Найти вероятность того, что изделие признанное стандартным при проверке, действительно удовлетворяет стандарту.

8) Всхожесть семян цветов оценивается вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что из 1000 посеянных семян взойдет 600?

9) Известно, что в среднем 86% деталей изготовляемых в цехе являются стандартными. Случайно отобрали 1000 деталей. Найти вероятность того, что относительная частота нестандартных деталей отклонится от вероятности такой детали по модулю не более чем на 0,04.

Вариант №2

1) Какова вероятность того, что случайно выбранное целое число от 1 до 30 является делителем числа 30.

2) На книжной полке случайным образом расставлены четыре книги по математике и три по физике. Найти вероятность того, что книги по каждому предмету окажутся рядом.

3) В круг радиуса R вписан правильный треугольник. Внутрь круга наудачу брошена точка. Вероятность попадания точки в фигуру пропорциональна ее площади и не зависит от ее расположения. Найти вероятность того, что точка попадет в треугольник.

4) Безотказная работа прибора обуславливается безотказной работой каждого из трех механизмов-узлов, составляющих его и вероятности безотказной работы которых в течении времени T соответственно равны 0,6; 0,7; 0,9. Найти вероятность безотказной работы прибора за время T.

5) В партии, состоящей из 20 изделий, имеется 5 дефектных. Из партии выбираются для контроля 7 изделий. Если среди контрольных окажется более трех дефектных, бракуется вся партия. Найти вероятность того, что партия будет забракована.

6) В трех урнах лежат шары. В первой урне пять белых и пятнадцать черных; во второй – десять белых и десять черных и в третьей урне десять черных. Найти вероятность того, что случайно взятый шар из случайно выбранной урны окажется черным.

7) Для участия в студенческих отборочных спортивных соревнованиях выделено из первой группы курса – 4 , из второй – 6, из третьей группы – 5 студентов. Вероятность того, что студент первой, второй, третьей группы попадает в сборную института, соответственно равны 0,9; 0,7; 0,8. Наудачу выбранный студент попал сборную. К какой из групп вероятнее всего принадлежит этот студент?

8) При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность попадания в цель равна 0.9. вычислить вероятность того, что из 19 выстрелов удачными будут 10.

9) По данным телевизионного ателье в течении гарантийного срока выходят из строя в среднем 12% кинескопов. Какова вероятность того, что из 46 наугад выбранных кинескопов не менее 20 проработают гарантийный срок.

Вариант №3

1) Какова вероятность того, что задуманное двузначное число делится на 5.

2) Из чисел 1, 2, 3, …30 случайно отбирают 10 различных. Найти вероятность того, что 5 чисел четные и пять – нечетные.

3) В круг радиуса R помещен меньший круг радиуса r. Найти вероятность того, что наудачу брошенная в большой круг точка, попадет также и в меньший круг.

4) Найти вероятность того, что выбранное наудачу изделие первосортное, если известно, что 4% всей продукции является браком, а 75% не бракованных изделий удовлетворяют требованиям первого сорта.

5) Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор 0,95, второй – 0,9. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

6) В продажу поступают телевизоры трех заводов. Продукция первого завода содержит 20% брака, второго – 10%, третьего – 5%. Найти вероятность приобретения исправного телевизора, если в магазин поступило 30% телевизоров с первого завода, 20% - со второго, 50% - с третьего завода.

7) При отклонении от нормального режима работы автомата срабатывает сигнализатор С-1 с вероятностью 0,8, а сигнализатор С-2 с вероятностью 1. Вероятности того, что автомат снабжен сигнализатором С-1 или С-2 соответственно равны 0,6 и 0,4. Получен сигнал о разладке автомата. Найти вероятность того, что сигнал получен от сигнализатора С-1.

8) Два равносильных игрока играют в настольный теннис. Какова вероятность того, что игрок выиграет не менее трех партий из пяти.

9) Вероятность того, что изготовленные часы будут стандартными равна 0,97. Найти вероятность того, что среди 1000 изготовленных часов относительная частота стандартных часов отклонится от вероятности таких часов по модулю не более чем на 0,02.

Вариант №4

1) Бросаются две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков равна 8, а разность 4.

2) На шести одинаковых карточках написаны числа 2, 4, 7, 8, 12, 10. Наудачу взяты две карточки. Какова вероятность того, что образованная из этих чисел дробь сократима?

3) Абонент ждет телефонного звонка в течении одного часа. Найти вероятность того, что вызов произойдет в последние 20 минут этого часа.

4) Из трех орудий произведен залп по цели. Вероятность промаха при одном выстреле из первого орудия равна 0,3, из второго – 0,2, из третьего – 0,1. Найти вероятность того, что а) попадет только одно орудие; б) цель будет поражена.

5) Три станка работают независимо друг от друга. Вероятность выхода из строя первого станка равна 0,1, второго – 0,3, третьего – 0,2. Найти вероятность того, что из строя выйдут не менее двух станков.

6) В одной партии изделий 12 штук, а в другой – 10 штук. В каждой партии по два изделия бракованные. Изделие взятое наудачу из второй партии переложили в первую партию, после чего из первой партии наудачу взяли изделие. Найти вероятность того, что изделие извлеченное из первой партии будет годным.

7) Пассажир может купить билет в одной из трех касс. Вероятность того, что он направится к первой кассе 0,5; ко второй –1/3; к третьей – 1/6. Вероятность, что билетов уже нет в первой кассе – 1/5; во второй – 1/6; в третьей – 1/8. Он обратился в одну из касс и получил билет. Найти вероятность того, что он обратился в первую кассу.

8) Вероятность попадания в цель при одном выстреле 0,001. Найти вероятность того, что при 1000 выстрелах будет не менее двух попаданий.

9) Найти вероятность того, что из 100 посаженных семян прорастут не менее 80, если их всхожесть равна 0,6.

Вариант №5

1) В словаре языка А.С. Пушкина имеется 22000 различных слов, из которых 16000 А.С. Пушкин употребляет в своих произведениях только один раз. Найти вероятность того, что наудачу взятое из этого словаря слово, употреблялось писателем более одного раза.

2) Десять человек разбились на две команды, по пять человек в каждой, для игры в волейбол. Найти вероятность того, что два брата попадут в одну команду.

3) Два действительных числа выбираются так, что $|x| \le 3$, $|y| \le 5$. Какова вероятность того, что дробь $\frac{x}{y}$ окажется положительной.

4) Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент ответит на билет, содержащий три вопроса.

5) Вероятность того, что нужная сборщику деталь содержится в первом, втором, третьем, четвертом ящиках соответственно равна 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что деталь содержится не более чем в трех ящиках.

6) В первом кармане три монеты по 20 копеек и три монеты по 3 копейки, а в левом кармане шесть монет по 20 копеек и три монеты по 3 копейки. Из правого кармана в левый перекладывают наугад пять монет. Найти вероятность того, что монета, извлеченная из левого кармана после перекладывания будет в 20 копеек.

7) У рыбака есть три излюбленных места рыбалки. Эти места он посещает с одинаковой вероятностью. Вероятность того, что рыба клюнет на первом месте 1/3, на втором – ½, на третьем – ¼. Известно, что рыбак поймал рыбку, забросив удочку. Какова вероятность того, что он рыбачил на третьем месте.

8) Что вероятнее: выиграть у равносильного противника в шахматы три партии из четырех или пять из восьми?

9) Штамповка металлических клемм дает 20% брака. Найти вероятность того, что в партии из 600 клемм число не соответствующих стандарту клемм будет от 100 до 125.

Вариант №6

1) На складе хранится 500 аккумуляторов. Известно, что после года хранения 20 штук выходят из строя. Требуется найти вероятность того, что наудачу взятый после года хранения аккумулятор окажется годным.

2) Из чисел 1, 2, 3, …30 случайно отбирают 10 различных. Найти вероятность того, что ровно 5 чисел делятся на три.

3) В прямоугольник 5*4 см^2 вписан круг радиуса 1,5 см. Какова вероятность того, что точка, случайным образом поставленная в прямоугольник, окажется внутри круга?

4) Из букв слова «РОТОР», составленного с помощью разрезной азбуки, наудачу последовательно извлекают 3 буквы и складывают в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «ТОР».

5) Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Каждый экзаменационный билет содержит три вопроса. Найти вероятность того, что студент знает только два вопроса.

6) Прибор, установленный на борту самолета может работать в двух режимах: в условиях нормального крейсерского полета и в условиях перегрузки взлета и посадки. Крейсерский режим осуществляется в 80% всего времени полета, а условие перегрузки в 20%. Вероятность выхода прибора из строя во время перегрузки равна 0,4, а во время крейсерского полета – 0,1. Найти вероятность надежности прибора за время всего полета.

7) Имеются два ящика с красными и синими шарами: в первом 3 синих и 5 красных, во втором 7 синих и 11 красных. Наудачу выбирается шар. Шар извлекали из наудачу взятого ящика. Известно, что извлеченный шар оказался синим. Найти вероятность того, что извлекали из первого ящика.

8) В среднем 90% поездов прибывают без опоздания. Считая опоздания поездов независимыми событиями, найти вероятность того, что из пяти поездов опаздывают не более одного.

9) В среднем из 100 деталей не удовлетворяют стандарту 20 деталей. Найти вероятность того, что среди 2500 деталей будет от 1950 до 2060 стандартных деталей.

Вариант №7

1) Какова вероятность того, что четырехзначный номер случайно взятого автомобиля имеет все цифры различные. Замечание: считать номер 0000 возможным.

2) В вещевой лотерее разыгрываются пять предметов. Всего в урне 30 билетов. Первый подошедший к урне вынимает четыре билета. Найти вероятность того, что два из этих билетов окажутся выигрышными.

3) Метровую ленту случайным образом разрезают ножницами. Найти вероятность того, что длина обрезка составит не менее 80 см.

4) Имеется 10 карточек, на которых написаны числа 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6. Одну за другой вынимают две карточки. Найти вероятность того, что на одной карточке будет четное число, а на другой нечетное.

5) Журналист разыскивает нужную ему книгу в трех библиотеках. Вероятность наличия книги в первой библиотеке рана 0,9, во второй – 0,8, в третьей – 0,6. Найти

вероятность того, что а) книга есть только в первой библиотеке; б) книга есть только в одной библиотеке.
6) На столе экзаменатора 20 билетов, пронумерованных от 1 до 20. Найти вероятность того, что студент берущий билет вторым, возьмет билет с однозначным номером.
7) Три оператора радиолокационной установки производят соответственно 25%, 35% и 40% всех измерений, допуская при этом 5%, 4% и 2% ошибок. Случайно произведенное измерение оказалось ошибочным. Какова вероятность того, что измерение производил второй оператор?
8) Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,8. Найти наивероятнейшее число семян, которые не взойдут, если посеяли 10 семян.
9) Статистическая вероятность рождения мальчика равна 0,515. Какова вероятность того, что среди 10000 новорожденных мальчиков будет не

Вариант №8

1) Куб, грани которого окрашены, распилен на 64 одинаковых кубиков. Кубики перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу взятый кубик будет иметь одну окрашенную грань.
2) Библиотечка состоит из 10 книг, причем 5 книг стоят по 4 сома каждая, три книги – по одному сому и две книги по три сома. Найти вероятность того, что взятые наудачу две книги стоят в сумме 5 сомов.
3) На отрезке длиной 20 см помещен меньший отрезок длиной 10 см. Найти вероятность того, что точка, наудачу поставленная на больший отрезок, попадет также и на меньший отрезок.
4) Из трех орудий произведен залп по цели. Вероятность промаха при одном выстреле из первого орудия равна 0,5, из второго – 0,6, из третьего – 0,9. Найти вероятность того, что а) цель будет поражена; б) цель не поражена; в) попадет только второе орудие.
5) Абонент забыл последнюю цифру нужного номера телефона и набирает ее наудачу. Найти вероятность того, что ему придется звонить не более чем в три места.
6) Группа студентов состоит из 5 отличников, 10 хорошистов, 8 троечников и двух двоечников. Отличники на предстоящем экзамене могут получить только отличные оценки, хорошо успевающие студенты могут с одинаковой вероятностью получить хорошие и отличные оценки, троечники получают отличные оценки только в двух случаях из десяти. Двоечники получить отличную оценку не могут. Найти вероятность того, что наугад вызванный студент получит отличную оценку.
7) Электролампы изготавливаются на трех заводах. Первый завод производит 15% общего количества электроламп, второй - 40%, третий -45% . Продукция 1-го завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 81%, третьего – 90% . В

магазине лампы оказались не рассортированными, и купленная наугад лампа оказалась негодной. Найти вероятность того, что лампа изготовлена на заводе №2

8) Оптовая база снабжает 10 магазинов, вероятность поступления от каждого из которых заявки на очередной день равна 0,6. Найти наивероятнейшее число заявок в день и вероятность этого наивероятнейшего числа.

9) В среднем 30% студентов сдают экзамен на хорошо и отлично (по данной дисциплине). Найти вероятность того, что, по крайней мере, семь человек из десяти получат хорошие или отличные оценки.

Вариант №9

1) Подброшены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков равна 5, а произведение равно 4.

2) Найти вероятность того, что дни рождения 12 человек придутся на разные месяцы.

3) В квадрат со стороной 10 см наудачу ставится точка. Найти вероятность того, что она попадет вне вписанного в квадрат круга.

4) Вини Пух собрался вкусно пообедать. С вероятностью $p_1=0,3$ что-нибудь вкусное есть у кролика, а с вероятностью $p_2=0,6$ что-нибудь вкусное есть у Пяточка, но с вероятностями $q_1 = 0,2 \quad и \quad q_2 = 0,9$ их нет дома. К кому надежнее зайти, думает Вини Пух?

5) Три студента решают одну и ту же задачу. Вероятность того, что задачу решит первый студент равна 0,2, второй – 0,4, третий – 0,8. Найти вероятность того, что а) задача решена; б) задача не решена; в) задачу решит только третий студент.

6) На столе экзаменатора 20 билетов, пронумерованных от 1 до 20. Найти вероятность того, что студент, берущий билет вторым, возьмет билет с двузначным номером.

7) Три стрелка производят по одному выстрелу по одной мишени. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,6, для второго – 0,5, для третьего – 0,4. В результате произведенных выстрелов в мишени оказалось две пробоины. Найти вероятность того, что в мишень попали второй и третий стрелки.

8) Вероятность того, что покупателю магазина не требуется обувь 37 размера, равна 0,2. Найти наивероятнейшее число покупателей, которым потребуется обувь 37 размера, если в магазине ожидается 800 покупателей.

9) Найти вероятность того, что в партии из 5000 изделий отклонение относительной частоты бракованных изделий от вероятности таких изделий равной 0,02, по модулю превысит 0,01.

Вариант №10

1) Абонент забыл три последние цифры номера телефона и набирает их наудачу. Найти вероятность того, что он наберет правильный номер.

2) Среди кандидатов в студенческий совет три первокурсника, пять второкурсников и семь третьекурсников. Из этого состава отбирают 5 человек. Найти вероятность того, что: а) выбраны одни второкурсники; б) выбраны одни третьекурсники.

3) Две одинаковые монеты радиуса r размещены внутри круга R, в который наудачу бросается точка. Вычислить вероятность того, что эта точка упадет на одну из монет, если эти монеты не пересекаются.

4) На участке AB у мотоциклиста-гонщика имеется 2 препятствия. Вероятность остановки на каждом из них 0,1. Вероятность, что от пункта B до пункта C не будет остановки равна 0,7. Найти вероятность того, что на участке AC не будет остановки.

5) На столе экзаменатора лежат 30 билетов, пронумерованных от 1 до 30. Найти вероятность того, что первые два студента, берущие билеты возьмут а) билеты с однозначными номерами; б) билеты с двузначными номерами; в) один с однозначным другой с двузначным номером.

6) Радиолампа может принадлежать к одной из двух партий с вероятностями p_1=0.6 и p_2= 0,4. Вероятности того, что лампа проработает заданное число часов, равны соответственно 0,7 и 0,8. Найти вероятность того, что взятая лампа проработает заданное число часов.

7) Имеется десять одинаковых коробок, из которых в девяти находятся по два черных и два белых шара; а в одной (*) 5 белых и 1 черный шар. Из одной наудачу взятой коробки извлечен белый шар. Какова вероятность того, что шар извлекался из коробки (*)?

8) Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность не менее пяти попаданий при шести выстрелах.

9) Всхожесть хранящихся на складе зерен пшеницы составляет 80%. Наудачу отобрали 100 зерен. Найти вероятность того, что число проросших семян будет в пределах от 68 до 90 штук.

Вариант №11

1) Участники жеребьевки тянут жетоны из ящика. Номера жетонов от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифру 6.

2) В группе 18 девушек и 12 юношей. Надо выбрать делегацию из 2 человек. Найти вероятность того, что будут делегированы юноша и девушка.

3) В некоторый круг вписан правильный треугольник. Зная, что попадание точки в круг достоверно и что вероятность попадания точки в какую-либо часть этого

круга зависит только от площади этой части и пропорциональна ей, найти вероятность попадания точки в треугольник.

4) В колоде 36 карт. Наудачу извлекают две карты без возвращения. Найти вероятность того, что а) извлеченные карты разного цвета; б) извлеченные карты одного цвета.

5) По цели производится три независимых выстрела. Вероятность промаха при одном выстреле равна 0,4. Для поражения цели достаточно двух попаданий. Найти вероятность поражения цели.

6) В группе из десяти студентов, пришедших на экзамен, пять подготовлены хорошо, два – отлично, два – удовлетворительно, один – плохо. Отлично подготовленный студент может ответить на все 20 вопросов из двадцати возможных; хорошо подготовленный студент может ответить на 16 вопросов; удовлетворительно подготовленный – на 10 вопросов; плохо подготовленный – на 5 вопросов. Найти вероятность того, что наудачу вызванный студент ответит на три заданные ему вопроса.

7) В группе 20 лыжников, 6 конькобежцев и 4 горнолыжника. Вероятность выполнить норму мастера спорта для лыжника равна 0,9; для конькобежца – 0,8; для горнолыжника 0,75. Наудачу выбранный спортсмен не выполнил норму мастера спорта. Какова вероятность того, что это лыжник?

8) Было посеяно 28 семян тыквы с одинаковой всхожестью. Найти вероятность всхожести семян, если наиболее вероятные числа проросших семян 17 и 18.

9) Если в среднем левши составляют 1% , то каковы шансы на то, что среди случайно выбранных 200 человек левшей будет не более четырех.

Вариант №12

1) В лотерее разыгрываются 1000 билетов. Среди них один выигрыш в 50 сомов, пять – по 20 сомов, двадцать – по 10 сомов и пятьдесят выигрышей по 5 сомов. Некто купил один билет. Найти вероятность выигрыша не менее 10 сомов.

2) Из десяти деталей две являются бракованными. Наудачу взяли 5 деталей. Найти вероятность того, что три детали из взятых будут не бракованными.

3) Мишень в тире представляет собой круг радиуса R. Стрелок выбивает 10 очков, если попадает в малый круг в центре с радиусом *r*, $r<R$. Какова вероятность выбить 10 очков при одном выстреле?

4) В одном ящике 6 белых и 4 черных шара, в другом 7 белых и 3 черных. Из каждого ящика наудачу извлекают по одному шару. Найти вероятность того, что а) шары черные; б) только один черный; в) хотя бы один черный.

5) Студент знает 35 из 40 вопросов программы. Для получения зачета необходимо ответить не менее чем на два из трех заданных вопросов. Найти вероятность сдачи зачета студентом.

6) В трех урнах лежат мячи. В первой 5 футбольных мячей и 10 волейбольных; во второй урне 6 футбольных и 4 волейбольных; в третьей 5 футбольных и 5

волейбольных. Какова вероятность того, что наудачу взятый мяч из наудачу выбранной урны будет волейбольным.

7) Для сигнализации об аварии используется индикатор. Он принадлежит с вероятностями 0,2, 0,3, 0,5 к одному из трех типов. Вероятности срабатывания для которых равны 1, 0,75, 0,4 . От индикатора получен сигнал. К какому типу вероятнее всего он относится?

8) В мастерской имеется 190 моторов. Вероятность того, что в данный момент мотор работает с полной нагрузкой, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент времени работают 140 моторов.

9) В НИИ земледелия проверяется всхожесть семян кукурузы. Сколько семян следует посеять, чтобы относительная частота всхожих семян отличалась от вероятности всхожести равной 0,95 меньше чем на 0,01 с вероятностью 0,99.

Вариант №13

1) Найти вероятность того, что наудачу выбранный член последовательности $u_n = n^2 + 1,\ n = 1,2,...10$ есть число кратное пяти.

2) Студент знает 20 из 30 вопросов программы. В билете 3 вопроса. Найти вероятность того, что студент, взявший билет, ответит на два вопроса билета.

3) На отрезок *AB* длиной 12 см наугад бросают точку *M*, причем вероятность попадания точки в какой-либо подынтервал отрезка *AB* не зависит от его положения внутри *AB* и пропорциональна его длине. Какова вероятность того, что площадь квадрата построенного на *AM*, будет больше 36 см^2 и меньше 81 см^2?

4) В урне 30 шаров из них 5 белых, 10 синих, 15 красных. Шары извлекают без возвращения до тех пор, пока не появится белый шар. Найти вероятность того, что придется производить четвертое извлечение.

5) В ящике содержится 10 деталей, из которых четыре окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из деталей окрашена.

6) В одном пакете 10 конфет «Ласточка» и 5 конфет «Весна». В другом пакете 8 конфет «Ласточка» и 2 конфеты «Весна». Из первого пакета наудачу взяли одну конфету и переложили во второй пакет, после чего из второго пакета наудачу извлекли одну конфету. Найти вероятность того, что извлекли конфету «Весна».

7) Из 18 стрелков пять попадают в мишень с вероятностью 0,8; семь – с вероятностью 0,7; четыре –с вероятностью 0,6 и два – с вероятностью 0,5. Наудачу вызванный стрелок произвел выстрел, но в мишень не попал. Какова вероятность того, что он принадлежит к четвертой группе стрелков?

8) В ВУЗе обучается 730 студентов. Найти наиболее вероятное число студентов, родившихся первого января и вероятность этого наивероятнейшего числа.

9) Из каждого десятка деталей девять удовлетворяют стандарту. Найти вероятность того, что из 50 взятых со склада деталей число стандартных окажется между 42 и 48.

Вариант №14

1) Куб, грани которого окрашены, распилен на 64 одинаковых кубиков. Кубики перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу взятый кубик будет иметь две окрашенных грани.
2) Из чисел 1, 2, 3, …30 случайно отбирают 10 различных. Найти вероятность того, что все отобранные числа окажутся нечетными.
3) В квадрат со стороной 4 см «бросают» точку. Какова вероятность, что расстояние от этой точки до ближайшей стороны квадрата будет меньше 1 см?
4) Подброшены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех костях выпадет тройка.
5) Три станка работают независимо друг от друга. Вероятность выхода из строя первого станка равна 0,1, для второго – 0,3, для третьего – 0,3. Найти вероятность того, что а) выйдет из строя хотя бы один станок; б) из строя выйдет только первый станок.
6) В партии саженцев имеются в одинаковых количествах саженцы липы, тополя и березы. Вероятности того, что саженец приживается после посадки, равны соответственно 0,8; 0,9; 0,7. Найти вероятность того, что наудачу выбранный саженец приживется.
7) На складе 20 холодильников, изготовленных на заводе №1 и 40 – на заводе №2. Вероятность того, что холодильник изготовленный на заводе №1 будет иметь брак равна 0,1; для второго завода – 0,2. Холодильники упакованы в коробки. Наудачу взятый холодильник оказался с браком. Найти вероятность того, что он изготовлен на заводе №1.
8) В цехе имеется 10 однотипных станков. Вероятность того, что каждый станок в течении смены будет работать с остановками равна 0,2. Найти вероятность того, что в течении смены без остановок будут работать не менее двух станков.
9) При контрольной проверке изготовленных приборов было установлено, что в среднем 15 из 100 штук оказываются дефектными. Найти вероятность того, что число дефектных приборов среди взятых наудачу 400 штук будет отличаться от наиболее вероятного их числа по модулю не более чем на 20 штук.

Вариант №15

1) В лотерее разыгрываются 500 билетов. Крупные выигрыши падают на билеты, номера которых содержат три одинаковых цифры. Некто купил один билет. Найти вероятность того, что он выиграет крупный выигрыш.
2) У сборщика 12 деталей, мало отличающихся друг от друга. Из них пять деталей первого вида, четыре – второго, и три – третьего. Какова вероятность того, что

среди шести взятых наудачу деталей окажутся три детали первого вида, две – второго и одна третьего вида?
3) Внутрь круга радиуса R брошена точка. Вероятность попадания точки в любую часть круга пропорциональна площади этой части и не зависит от ее расположения относительной круга. Найти вероятность того, что точка окажется внутри квадрата, вписанного в круг.
4) В урне 15 шаров из них 10 цветных, остальные белые. Шары извлекают без возвращения до тех пор, пока не появится белый шар. Найти вероятность того, что придется производить четвертое извлечение.
5) В десятиламповом радиоприемнике перегорела одна лампа. С целью устранения неисправности наудачу выбранную лампу заменяют исправной из запасного комплекта, после чего сразу проверяют работу приемника. Какова вероятность того, что приемник будет работать нормально после замены а) одной; б) пяти; в) десяти ламп?
6) Электролампы изготавливаются на трех заводах. Первый завод производит 45% общего количества электроламп, второй - 40%, третий -15% . Продукция 1-го завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего – 81% . В магазин лампы поступают с трех заводов. Найти вероятность того, что купленная лампа окажется стандартной.
7) В группе и 20 стрелков имеются четыре отличных стрелка; десять – хороших и шесть посредственных стрелков. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для отличного стрелка равна 0,9; для хорошего – 0,7, для посредственного – 0,4. Наудачу вызванный стрелок поразил цель. Найти вероятность того, что стрелял посредственный стрелок.
8) На заводе вырабатывается в среднем 80% холодильников отличного качества. Какова вероятность того, что в партии из 1000 холодильников окажется наивероятнейшее число холодильников отличного качества?
9) В течении года за индивидуальной консультацией по теории вероятностей обращаются в среднем 80% студентов. Найти вероятность того, что в этом году из 120 студентов за консультацией обратятся не менее 95 человек.

Вариант №16

1) Куб, грани которого окрашены, распилен на 1000 одинаковых кубиков. Кубики перемешали, после чего извлекли наудачу один. Найти вероятность того, что кубик будет иметь три окрашенные грани.
2) В партии, состоящей из 20 изделий, имеются 5 дефектных. Из партии для контроля берут семь изделий. Если среди контрольных окажется более трех дефектных вся партия бракуется. Найти вероятность того, что партия будет забракована.

3) На отрезке L длиною 20 см помещен меньший отрезок l длиною 10 см. Найти вероятность того, что точка, наудачу поставленная на больший отрезок, попадет так же и на меньший отрезок. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.
4) В одном ящике 10 белых и пять черных шаров. Во втором ящике семь белых и три черных шара. Из каждого ящика наудачу извлекают по одному шару. Найти вероятность того, что а) оба шара одного цвета; б) оба шара разного цвета.
5) Из чисел 1, 2, 3, …20 наудачу выбирают пять чисел. Найти вероятность того, что все числа нечетные.
6) Литье в болванках поступает из двух цехов: 70% из первого, остальные из второго. Материал первого цеха имеет 10% брака, а второго 20%. Найти вероятность того, что наудачу взятая болванка оказывается без дефектов.
7) Два цеха штампуют однотипные детали. В первом цехе брак составляет 0,1%; во втором – 1%. Для контроля отобрано 50 изделий первого цеха и 60 – второго. Детали оказались перемешанными. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь, оказавшаяся годной, изготовлена в первом цехе.
8) Проверяют партию из 50 приборов. Вероятность того, что прибор будет без брака равна 0,9. Найти наивероятнейшее число приборов с браком и вероятность этого наивероятнейшего числа.
9) Вероятность того, что покупателю магазина потребуется обувь 37 размера, равна 0,2. Найти вероятность того, что доля покупателей, которым необходим 37 размер, отклонится от вероятности этого события по модулю не более чем на 0,4, если в магазине ожидается 8000 покупателей.

Вариант №17

1) В книге 50 страниц. Найти вероятность того, что номер наугад открытой страницы будет кратен 8.
2) Из последовательности чисел 1, 2, 3, …10 наугад выбирают два числа. Найти вероятность того, что одно из них меньше 6, а другое больше.
3) Найти вероятность того, что точка, наудачу брошенная в квадрат, попадет в круг, вписанный в него.
4) В партии, содержащей 20 радиоприемников, имеется три неисправных. Наудачу отобрали три приемника. Найти вероятность того, что а) отобрали только исправные радиоприемники; б) отобрали только неисправные.
5) Вероятность того, что противник находится на обстреливаемом участке равна 0,7, Вероятность попадания в этом случае равна 0,6. Для поражения достаточно одного попадания. Найти вероятность поражения при двух выстрелах.
6) На карточках написаны числа от 20 до 30. Извлекают сначала одну карточку, а потом другую (без возвращения). Найти вероятность того, что число на второй карточке будет четным.

7) Два стрелка независимо один от другого стреляют по одной и той же мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания для первого равна 0,8; для второго – 0,4. После стрельбы в мишени обнаружена одна пробоина. Найти вероятность того, что эта пробоина принадлежит первому стрелку.

8) Радиоаппаратура состоит из 1000 электроэлементов. Вероятность отказа одного из них (безразлично какого) в течении года равна 0,001. Какова вероятность отказа а) двух элементов; б) не менее двух элементов в год.

9) С конвейера сходит в среднем 85% изделий первого сорта. Определить сколько следует взять изделий, чтобы с вероятностью 0,997 можно было утверждать, что частота изделий первого сорта отличается от наиболее вероятного их числа по модулю не более чем на 2?

Вариант №18

1) Подброшены две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков будет четным.

2) Колода из 52 игральных карт делится наугад на две равные части. Найти вероятность того, что в одной из частей будет ровно один туз.

3) На 200-км газопроводе между компрессорными станциями А и В происходит утечка газа. Утечка равновозможная в любой точке газопровода. Найти вероятность того, что она расположена не далее 20 км от какой-нибудь из компрессорных станций А, В.

4) Два биатлониста произвели по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для каждого биатлониста соответственно равны 0,9 и $5/6$. Найти вероятность того, что цель не поражена.

5) В одном ящике 6 белых и 4 черных шара, в другом 8 белых и 2 черных. Из каждого ящика наудачу извлекают по одному шару. Найти вероятность того, что а) хотя бы один шар среди извлеченных белый; б) только один белый.

6) В ящике 20 деталей, изготовленных на заводе №1 и 40 деталей – на заводе №2. На первом заводе брак составляет 5%, на втором – 10%. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь будет не бракованной.

7) В девять одинаковых закрытых урн помещено по десять шаров, различающихся только цветом. В две урны положено по пять белых шаров; в три урны – по четыре белых шара; в четыре урны – по три белых шара. Из какой-то одной урны нажатием кнопки выброшен шар, оказавшийся белым. Найти вероятность того, что эта урна содержала 3 белых шара.

8) Вероятность того, что любой абонент позвонит на коммутатор в течении часа равна 0,005. Телефонная станция обслуживает 600 абонентов. Найти вероятность того, что в течении часа позвонят пять абонентов.

9) Медиками установлено, что 94% лиц, которым сделаны прививки против туберкулеза, приобретают иммунитет против этого заболевания. Какова вероятность того, что среди 10000 граждан, получивших прививки менее 1000 не будут защищены от этого заболевания.

Вариант №19

1) Из колоды, содержащей 36 карт, наудачу извлекают одну. Найти вероятность того, что будет извлечена фигура любой масти. Замечание: под фигурой понимают даму, валета, короля.
2) На один ряд, состоящий из семи мест, случайным образом рассаживаются семь студентов. Найти вероятность того, что два друга окажутся рядом.
3) На плоскости начерчены две концентрические окружности радиусов 5 см и 10 см. Найти вероятность того, что точка брошенная в большой круг, попадет также и в кольцо, образованное построенными окружностями. Предполагается, что вероятность попадания точки в часть круга пропорциональна площади этой части и не зависит от ее расположения.
4) На шести карточках написаны буквы *В*, *Д*, *З*, *О*, *Х*, *У*. После перетасовки вынимают наугад по одной шесть карточек с последующим их возвращением. Каждая из букв на вынутой карточки записывается. Найти вероятность того, что записано слово «ВОЗДУХ».
5) Три охотника одновременно выстрелили по одному волку. Вероятность попадания каждого из охотников одинакова и равна 0,4. Определить вероятность того, что волк будет убит, если для этого достаточно одного попадания.
6) На карточках написаны цифры от 0 до 9. Наудачу извлекают сначала одну, а потом другую карточку (без возвращения). Найти вероятность того, число на второй извлеченной карточке будет нечетным.
7) Счетчик регистрирует частицы трех типов – *A*, *B*, *C*. Вероятности появления этих частиц $P(A)=0{,}2$, $P(B)=0{,}5$, $P(C)=0{,}3$. Частицы каждого из этих типов счетчик улавливает с вероятностями 0,8; 0,2; 0,4. Счетчик уловил частицу. Определить вероятность того, что это была частица типа *B*.
8) В принятой партии хлопка число длинных волокон составляет 30% от общего числа волокон. Найти вероятность того, что в пучке из семи волокон четыре окажутся длинными.
9) Из каждого десятка деталей две оказываются с дефектами. Найти вероятность того, что среди 50 наудачу взятых деталей без дефекта будет большинство.

Вариант №20

1) Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равно 8.
2) Для выполнения упражнений по перетягиванию каната 12 участников разбились на две команды по шесть человек в каждой. Найти вероятность того, что два наиболее сильных спортсмена окажутся в одной команде.
3) В куб вписан шар. Точка наудачу зафиксирована в кубе. Найти вероятность того, что эта точка попадет так е и в шар.

4) Четыре охотника договорились стрелять по дичи в определенной последовательности. Следующий охотник производит выстрел лишь в том случае, если промахнулся предыдущий. Вероятность попадания для первого охотника равна 0,6, для второго – 0,7, для третьего – 0,8, для четвертого – 0,8. Найти вероятность того, что будет произведено а) один выстрел; б) два; в) три; г) четыре выстрела.

5) . Биатлонист производит четыре выстрела. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что цель поражена а) всеми выстрелами; б) одним выстрелом; в) только вторым выстрелом.

6) В ящик, содержащий 3 одинаковые детали, брошена одна стандартная деталь, а затем наудачу извлечена одна деталь. Найти вероятность того, что извлеченная деталь стандартная, если равновероятны все возможные предположения о числе стандартных деталей, первоначально находящихся в ящике.

7) Четыре стрелка независимо один от другого стреляют по одной мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,4; для второго – 0,6; для третьего – 0,7; для четвертого – 0,8. После стрельбы в мишени обнаружены три пробоины. Найти вероятность того, что промахнулся четвертый стрелок.

8) Вероятность, для данного баскетболиста забросить мяч в корзину при броске равна 0,3. Произведено 12 бросков. Какова вероятность наивероятнейшего числа попаданий.

9) ОТК проверяет 900 деталей на стандартность. Вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,8. Найти с вероятностью 0,9544 границы, в которых будет заключено число стандартных деталей среди проверенных.

Вариант №21

1) Все буквы русского алфавита написаны на 33 карточках. Какова вероятность того, что наудачу взятая карточка окажется с гласной буквой?

2) Ребенок не умеющий читать играет с буквами разрезной азбуки: А, Г, Е, З, Л, Ь. Какова вероятность того, что переставляя буквы наугад, он составит слово «ГАЗЕЛЬ»?

3) Две одинаковые монеты радиуса r размещены внутри круга R, в который наудачу бросается точка. Вычислить вероятность того, что эта точка упадет на одну из монет, если эти монеты не пересекаются.

4) В ящике 15 шаров. Из них 3 белые, пять – синие, семь – черные. Наудачу извлекают два шара без возвращения. Найти вероятность того, что шары одного цвета.

5) Издательство отправило газеты в два почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в каждое почтовое отделение равна 0,9. Найти вероятность того, что а) оба отделения получат газеты вовремя; б) хотя бы одно получит вовремя.

6) При разрыве снаряда образуются крупные, средние и мелкие осколки, число которых составляет соответственно 0,1; 0,3; 0,6 от общего числа осколков. При попадании в танк крупный осколок пробивает его броню с вероятностью 0,9, средний - с вероятностью 0,3 и мелкий с вероятностью 0,1. Найти вероятность того, что попавший в броню осколок пробьет его.

7) Вероятность для изделий некоторого производства удовлетворять стандарту равна 0,96. Предлагается упрощенная схема проверки на стандартность, дающая положительный результат с вероятностью 0,98 для изделий удовлетворяющих стандарту, а для изделий, не удовлетворяющих стандарту с вероятностью 0,05. Найти вероятность того, что изделие признанное стандартным при проверке, действительно удовлетворяет стандарту.

8) Всхожесть семян цветов оценивается вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что из 1000 посеянных семян взойдет 600?

9) Известно, что в среднем 86% деталей изготовляемых в цехе являются стандартными. Случайно отобрали 1000 деталей. Найти вероятность того, что относительная частота нестандартных деталей отклонится от вероятности такой детали по модулю не более чем на 0,04.

Вариант №22

1) Какова вероятность того, что случайно выбранное целое число от 1 до 30 является делителем числа 30.

2) На книжной полке случайным образом расставлены четыре книги по математике и три по физике. Найти вероятность того, что книги по каждому предмету окажутся рядом.

3) В круг радиуса R вписан правильный треугольник. Внутрь круга наудачу брошена точка. Вероятность попадания точки в фигуру пропорциональна ее площади и не зависит от ее расположения. Найти вероятность того, что точка попадет в треугольник.

4) Безотказная работа прибора обуславливается безотказной работой каждого из трех механизмов-узлов, составляющих его и вероятности безотказной работы которых в течении времени T соответственно равны 0,6; 0,7; 0,9. Найти вероятность безотказной работы прибора за время T.

5) В партии, состоящей из 20 изделий, имеется 5 дефектных. Из партии выбираются для контроля 7 изделий. Если среди контрольных окажется более трех дефектных, бракуется вся партия. Найти вероятность того, что партия будет забракована.

6) В трех урнах лежат шары. В первой урне пять белых и пятнадцать черных; во второй – десять белых и десять черных и в третьей урне десять черных. Найти вероятность того, что случайно взятый шар из случайно выбранной урны окажется черным.

7) Для участия в студенческих отборочных спортивных соревнованиях выделено из первой группы курса – 4 , из второй – 6, из третьей группы – 5 студентов. Вероятность того, что студент первой, второй, третьей группы попадает в сборную института, соответственно равны 0,9; 0,7; 0,8. Наудачу выбранный студент попал сборную. К какой из групп вероятнее всего принадлежит этот студент?

8) При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность попадания в цель равна 0.9. вычислить вероятность того, что из 19 выстрелов удачными будут 10.

9) По данным телевизионного ателье в течении гарантийного срока выходят из строя в среднем 12% кинескопов. Какова вероятность того, что из 46 наугад выбранных кинескопов не менее 20 проработают гарантийный срок.

Вариант №23

1) Какова вероятность того, что задуманное двузначное число делится на 5.

2) Из чисел 1, 2, 3, …30 случайно отбирают 10 различных. Найти вероятность того, что 5 чисел четные и пять – нечетные.

3) В круг радиуса R помещен меньший круг радиуса r. Найти вероятность того, что наудачу брошенная в большой круг точка, попадет также и в меньший круг.

4) Найти вероятность того, что выбранное наудачу изделие первосортное, если известно, что 4% всей продукции является браком, а 75% не бракованных изделий удовлетворяют требованиям первого сорта.

5) Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор 0,95, второй – 0,9. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

6) В продажу поступают телевизоры трех заводов. Продукция первого завода содержит 20% брака, второго – 10%, третьего – 5%. Найти вероятность приобретения исправного телевизора, если в магазин поступило 30% телевизоров с первого завода, 20% - со второго, 50% - с третьего завода.

7) При отклонении от нормального режима работы автомата срабатывает сигнализатор С-1 с вероятностью 0,8, а сигнализатор С-2 с вероятностью 1. Вероятности того, что автомат снабжен сигнализатором С-1 или С-2 соответственно равны 0,6 и 0,4. Получен сигнал о разладке автомата. Найти вероятность того, что сигнал получен от сигнализатора С-1.

8) Два равносильных игрока играют в настольный теннис. Какова вероятность того, что игрок выиграет не менее трех партий из пяти.

9) Вероятность того, что изготовленные часы будут стандартными равна 0,97. Найти вероятность того, что среди 1000 изготовленных часов относительная частота стандартных часов отклонится от вероятности таких часов по модулю не более чем на 0,02.

Вариант №24

1) Все буквы русского алфавита написаны на 33 карточках. Какова вероятность того, что наудачу взятая карточка окажется с согласной буквой?

2) Ребенок не умеющий читать играет с буквами разрезной азбуки: П, Г, И, О, Р. Какова вероятность того, что переставляя буквы наугад, он составит слово «ПИРОГ»?

3) Три одинаковые монеты радиуса r размещены внутри круга R, в который наудачу бросается точка. Вычислить вероятность того, что эта точка упадет на одну из монет, если эти монеты не пересекаются.

4) В ящике 10 шаров. Из них пять белые, три– синие, два – черные. Наудачу извлекают два шара без возвращения. Найти вероятность того, что шары одного цвета.

5) Издательство отправило газеты в два почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в каждое почтовое отделение равна 0,9. Найти вероятность того, что а) оба отделения получат газеты вовремя; б) хотя бы одно получит вовремя.

6) При разрыве снаряда образуются крупные, средние и мелкие осколки, число которых составляет соответственно 0,1; 0,3; 0,6 от общего числа осколков. При попадании в танк крупный осколок пробивает его броню с вероятностью 0,9, средний - с вероятностью 0,3 и мелкий с вероятностью 0,1. Найти вероятность того, что попавший в броню осколок пробьет его.

7) Вероятность для изделий некоторого производства удовлетворять стандарту равна 0,96. Предлагается упрощенная схема проверки на стандартность, дающая положительный результат с вероятностью 0,98 для изделий удовлетворяющих стандарту, а для изделий, не удовлетворяющих стандарту с вероятностью 0,05. Найти вероятность того, что изделие признанное стандартным при проверке, действительно удовлетворяет стандарту.

8) Всхожесть семян цветов оценивается вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что из 1000 посеянных семян взойдет 300?

9) Известно, что в среднем 76% деталей изготовляемых в цехе являются стандартными. Случайно отобрали 1000 деталей. Найти вероятность того, что относительная частота нестандартных деталей отклонится от вероятности такой детали по модулю не более чем на 0,03.

Вариант №25

1) Какова вероятность того, что случайно выбранное целое число от 1 до 30 является делителем числа 30.

2) На книжной полке случайным образом расставлены четыре книги по математике и три по физике. Найти вероятность того, что книги по каждому предмету окажутся рядом.

3) В круг радиуса R вписан правильный треугольник. Внутрь круга наудачу брошена точка. Вероятность попадания точки в фигуру пропорциональна ее площади и не зависит от ее расположения. Найти вероятность того, что точка попадет в треугольник.

4) Безотказная работа прибора обуславливается безотказной работой каждого из трех механизмов-узлов, составляющих его и вероятности безотказной работы которых в течении времени T соответственно равны 0,6; 0,7; 0,9. Найти вероятность безотказной работы прибора за время T.

5) В партии, состоящей из 20 изделий, имеется 5 дефектных. Из партии выбираются для контроля 7 изделий. Если среди контрольных окажется более трех дефектных, бракуется вся партия. Найти вероятность того, что партия будет забракована.

6) В трех урнах лежат шары. В первой урне пять белых и пятнадцать черных; во второй – десять белых и десять черных и в третьей урне десять черных. Найти вероятность того, что случайно взятый шар из случайно выбранной урны окажется черным.

7) Для участия в студенческих отборочных спортивных соревнованиях выделено из первой группы курса – 4 , из второй – 6, из третьей группы – 5 студентов. Вероятность того, что студент первой, второй, третьей группы попадает в сборную института, соответственно равны 0,9; 0,7; 0,8. Наудачу выбранный студент попал сборную. К какой из групп вероятнее всего принадлежит этот студент?

8) При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность попадания в цель равна 0.9. вычислить вероятность того, что из 19 выстрелов удачными будут 10.

9) По данным телевизионного ателье в течении гарантийного срока выходят из строя в среднем 12% кинескопов. Какова вероятность того, что из 46 наугад выбранных кинескопов не менее 20 проработают гарантийный срок.

Типовой расчет №3

Вариант №1

1. В ящике лежат 10 изделий, одно из них бракованное. Из ящика вынимают изделия одно за другим до тех пор пока не будет вынуто наугад бракованное. Составить закон распределения случайной величины X - числа вынутых изделий. Найти $F(x)$ и построить ее графически. Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$. Построить график распределения.

2. При каком значении параметра C функция $f(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ C/x^4, & x\ge 1\end{cases}$ будет плотностью вероятности случайной величины X ? Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

3. На автомате изготовляются заклёпки. Диаметр их головок представляет собой случайную величину, распределённую по нормальному закону с параметрами $M(X)=2$ мм, $\sigma^2=0{,}01$мм^2. Какие размеры диаметра головок можно гарантировать с вероятность 0,95? Записать функцию $f(x)$.

4. Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1<x_2$). Значение $X=x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1=0{,}4$; $M(X)=3{,}2$; $D(X)=0{,}96$

Вариант №2

1) Вероятность того, что телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,8. Со склада отпущено 6 телевизоров. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа телевизоров, которые потребуют гарантийного ремонта; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить ее график.

2) Случайная величина X задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le \dfrac{2}{3}\\ 3x^2-2x, & \dfrac{2}{3}<x\le 1\\ 1, & x>1\end{cases}$$

Требуется:1) найти функцию $f(x)$ 2) вероятность того, что в двух опытах величина примет значение из интервала $(0{,}7;0{,}8)$; 3) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3)При средней длине некоторой детали в 20 см. найдено, что отклонения, превосходящие $\pm 0{,}5$ см, встречаются в среднем 4 раза из 100 деталей. Считая, что длина детали распределена по нормальному закону, определите её стандартное отклонение $\sigma(X)$.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0{,}3$; $M(X) = 3{,}7$; $D(X) = 0{,}21$

Вариант №3

1) Вероятность изготовления стандартной детали равна 0,9. Из партии контролер берёт деталь и проверяет её качество. Если она оказывается нестандартной, дальнейшие испытания прекращаются, а партия задерживается. Если деталь окажется стандартной, то контролер берет следующую и т.д. Но всего он проверяет не более 5 деталей. Требуется: 1)составить закон распределения случайной величины X - числа проверенных деталей; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ a(1-\cos x), & 0 < x \le \pi \\ 1, & x > \pi \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что случайная величина примет значение большее $5\pi/6$; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3) Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma(X) = 20$ мм и $M(X) = 0$. Найти вероятность того, что из трех независимых измерений ошибка хотя бы одного не превзойдет по модулю 4 мм.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0{,}5$; $M(X) = 3{,}5$; $D(X) = 0{,}25$.

Вариант №4

1) Рабочий обслуживает 4 станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует регулировки – 0,9, второй – 0,98, третий – 0,75, четвертый – 0,7. Требуется: 1) составить закон распределения числа станков, которые в течение часа не потребуют регулировки; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2, & 0 \le x \le 2 \\ 0, & x < 0, \quad x > 2 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность события $X < 1$; 4) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

3) При весе некоторого изделия в 10 кг, найдено, что отклонение, по абсолютной величине превосходящее 50 г, встречается в среднем 34 раза из тысячи изделий. Считая, что вес изделия есть случайная величина X, распределенная по нормальному закону, найти ее среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 $(x_1 < x_2)$. Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0{,}7$; $M(X) = 3{,}3$; $D(X) = 0{,}21$

Вариант №5

1) Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Экзаменатор задает ему 5 вопросов. Пятерка ставится за 5 правильных ответов, четверка за четыре из 5, и т.д. Требуется: 1)составить закон распределения случайной величины X - оценки студента; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 2 \\ a(x-2)^3, & 2 < x \le 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина X примет значение большее $5/2$; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3) Станок автомат изготавливает валики, причем контролируется их диаметр X, который имеет нормальный закон распределения с $M(X) = 10$ мм, $\sigma = 0{,}1$мм. Найти интервал, в котором с вероятностью 0,9973 будут заключены диаметры изготовленных валиков.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 $(x_1 < x_2)$. Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0{,}9$; $M(X) = 3{,}1$; $D(X) = 0{,}09$

Вариант №6

1) В некотором цехе брак составляет 5% всех изделий. Наудачу взяты четыре изделия. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа бракованных изделий среди четырех; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина распределена по закону:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1 \\ a(x^2 - x), & 1 < x \le 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в двух испытаниях хотя бы раз величина примет значение из интервала $(1{,}5;\ 2{,}0)$; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3) Для нормального распределения с параметрами $a = 5$, $\sigma = 2$ требуется определить: 1) значение плотности вероятности в точке $x = 4$; 2) вероятность события $7 < X < 8$; 3) вероятность того, что X не отклонится за пределы 3σ.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0{,}9$; $M(X) = 2{,}2$; $D(X) = 0{,}36$

Вариант №7

1) В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны четыре детали. Требуется: 1)составить закон распределения случайной величины X - числа стандартных среди отобранных; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ a\left(4x - x^2\right), & 0 \le x \le 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина в результате испытания примет значение меньшее 1; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3) Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение ее контролируемого размера от проектного не превосходит 10 мм. Случайные отклонения подчинены нормальному закону с $a = 0$, $\sigma(X) = 5$ мм. Сколько процентов годных деталей изготавливает автомат?

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0{,}8$; $M(X) = 3{,}2$; $D(X) = 0{,}16$

Вариант №8

1) В коробке лежат 10 темных и 5 светлых галстуков. Продавец отобрал 3 галстука. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа светлых галстуков среди трех отобранных. 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ ax^3, & 0 < x \le 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$;3) вычислить вероятность того, что в двух опытах величина примет значение большее 2

3) Рост взрослых мужчин является нормальной случайной величиной, имеющей $M(X) = 175$ см. и $\sigma(X) = 6$ см. Требуется: 1) написать функцию плотности

вероятности этой случайной величины; 2) вычислить вероятность того, что хотя бы один из отобранных четырех мужчин, будет иметь рост от 170 см до 180 см.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0{,}6$; $M(X) = 3{,}4$; $D(X) = 0{,}24$

Вариант №9

1) На базе хранятся 10 холодильников, среди которых 2 бракованных. Из этого числа холодильников в магазин привезли 5 холодильников. Требуется:1) составить закон распределения случайной величины X - числа годных холодильников среди привезённых в магазин; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Непрерывная случайная величина X распределена по закону:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ ax^5, & 0 < x \le 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина в результате испытания примет значение большее 1,5.

3) Случайная величина X распределена по нормальному закону с $M(X) = 10$ мм. И $\sigma(X) = 5$ мм. Найти длину интервала, симметричного относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0,9973 попадет X в результате опыта.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0{,}4$; $M(X) = 3{,}6$; $D(X) = 0{,}24$

Вариант №10

1) Стрелок ведет стрельбу по цели. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,7, при этом за каждое попадание стрелок получает 8 очков. Сделано три выстрела. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа очков полученных стрелком за три выстрела; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Непрерывная случайная величина задана законом распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ a/x^7, & x \ge 1 \end{cases}.$$

Требуется: 1) Найти параметр a; 2) Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$;3) вычислить вероятность события $0{,}5 < X < 3$.

3) Рост взрослых женщин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X)=164$ см. и $\sigma(X)=5{,}5$ см. Найти вероятность того, что рост двух наудачу взятых женщин будет не меньше 162 см. и не больше 166 см.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 $(x_1 < x_2)$. Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0{,}2$; $M(X) = 3{,}8$; $D(X) = 0{,}16$

Вариант №11

1) В лотерее на каждые 100 билетов приходится один выигрыш в 1000 сомов, два выигрыша по 100 сомов и десять выигрышей по 10 сомов. Билет стоит 20 сомов. Требуется: 1)составить закон распределения случайной величины X – величины выигрыша на один билет; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ a\left(3x - x^2\right), & 0 < x \le \dfrac{3}{2} \\ 1, & x > \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что после испытания величина примет значение большее 1.

3) Стрельба из орудия ведется вдоль определенного направления. Средняя дальность полета 10000 м. Предполагая, что дальность полета есть случайная величина X, распределенная по нормальному закону с $D(X) = 1600$. Найти какой процент выпускаемых снарядов дает перелет от 100 до 200 м.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 $(x_1 < x_2)$. Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0{,}4$; $M(X) = 3{,}6$; $D(X) = 0{,}24$

Вариант №12

1) Известно, что на некоторой фирме 10 сотрудников получают за одну неделю по 45 долларов, 25 сотрудников по 55, 40 по 65, 50 по 75, 50 по 85 и 25 по 100 долларов. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - зарплаты сотрудников; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения: $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ c/x^9, & x \ge 1 \end{cases}$.

Требуется: 1) Найти параметр c; 2) Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$;3) вычислить вероятность события $0{,}5 < X < 3$.

3) Для замера напряжения используются специальные тензодатчики. Определить среднюю стандартную ошибку тензодатчика, если он систематических ошибок не дает , а случайные ошибки распределены по нормальному закону, и с вероятностью 0,8 не выходят за пределы $\pm 0{,}2$ мк.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0{,}5$; $M(X) = 3{,}5$; $D(X) = 0{,}25$.

Вариант №13

1) Среди 20 приборов имеется 6 неточных. Наудачу берется 4 прибора. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа точных приборов среди отобранных; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Непрерывная случайная величина задана законом распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ a\sin x, & 0 < x \le \pi/6 \\ 1, & x > \pi/6 \end{cases}$$

Требуется:1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в результате опыта величина примет значение меньшее $\dfrac{\pi}{12}$.

3) Размер диаметра втулок является нормальной случайной величиной с $M(X) = 2{,}5$ см. и $\sigma(X) = 0{,}001$. В каких границах можно гарантировать размер диаметра втулок с вероятностью 0,9973?

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0{,}3$; $M(X) = 4{,}7$; $D(X) = 0{,}21$.

Вариант №14

1) Среди поступивших в ремонт 10 часов 6 штук нуждаются в общей чистке механизма. Часы не рассортированы по виду ремонта. Мастер, желая найти часы, нуждающиеся в общей чистке механизма, рассматривает их поочередно, и, найдя такие, прекращает дальнейший осмотр. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - количества просмотренных часов; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 2 \\ a\left(x^2 - 2x\right), & 2 < x \le 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в двух опытах величина X примет значение большее 3; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3) Завод изготавливает шарики для подшипников. Номинальный диаметр шариков 5 мм. Вследствие неточности изготовления шарика, фактически его

диаметр есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с $M(X)=5$мм. и$\sigma(X)=0{,}05$мм. При контроле шарики бракуются, если их диаметр отличается от номинального больше, чем на 0,1 мм. Определить какой процент шариков будет отбраковываться?

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1<x_2$). Значение $X=x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1=0{,}5$; $M(X)=4$; $D(X)=4$

Вариант №15

1) Вероятность попадания в цель для стрелка, делающего четыре выстрела, равна 0,3. За каждое попадание стрелок получает пять очков, а за каждый промах у него вычитают два очка. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа очков, полученных стрелком за 4 выстрела; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом: $f(x)=\begin{cases}0, & x\le -3\\ \dfrac{a}{\sqrt{9-x^2}}, & -3<x<3\\ 0, & x\ge 3\end{cases}$

Требуется:1) найти параметр a; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение большее $\sqrt{3}/2$.

3) Случайная величина X подчинена нормальному закону с $M(X)=0$. Вероятность попадания этой величины в интервал от -1 до 1 равна 0,5. Найти среднее квадратическое отклонение этой случайной величины и записать функцию $f(x)$.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1<x_2$). Значение $X=x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1=0{,}1$; $M(X)=5{,}5$; $D(X)=2{,}25$

Вариант №16

1) В партии, насчитывающей 50 изделий имеется шесть бракованных. Случайно из неё отобрали три изделия. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа бракованных изделий; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ a\left(3x-x^2\right), & 0<x\le 3\\ 0, & x>3\end{cases}$

Требуется:1) найти параметр a; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в трех испытаниях величина примет значение из интервала $(1;2)$.

3) Случайная величина X – ошибка измерения некоторым прибором распределена по нормальному закону с $\sigma(X)=3$мк. Систематическая ошибка прибора

отсутствует. $M(X)=0$. Найти вероятность того, что в трех независимых измерениях ошибка хотя бы одного из них окажется в интервале $(0;2,4)$.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0,2$; $M(X) = 5,8$; $D(X) = 5,76$

Вариант №17

1) А.А. Марков при статистическом исследовании языка «Евгения Онегина» установил, что частость гласных букв составляет 0,45. Кроме того, вероятность, что после гласной будет следовать гласная, составляет 0,128, а вероятность, что после гласной будет следовать согласная 0,872. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа гласных букв среди двух последовательно расположенных букв; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Непрерывная случайная величина задана законом распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ c/x^8, & x \geq 1 \end{cases}.$$

Требуется: 1) Найти параметр c; 2) Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$;3)) найти функцию $F(x)$.

3) Случайное отклонение X размера детали от номинала распределено по нормальному закону с $M(X)=0$ и $\sigma(X)=5$мк. Каким должен быть допуск, чтобы с вероятностью не более 0,0027 получилась деталь с контролируемым размером вне поля допуска?

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0,3$; $M(X) = 6,6$; $D(X) = 13,44$

Вариант №18

1) Некто решил играть в кости до первого выигрыша, но не более пяти раз, на следующих условиях: если выпадет шестерка, он получает 5 долларов, а если другое число он платит один доллар. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – суммарного выигрыша; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом: $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \dfrac{x-1}{2}, & 1 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$

Требуется: 1) найти функцию $f(x)$; 2) вычислить вероятность того, что при двух испытаниях величина хотя бы раз примет значение из интервала $(2;\,2,5)$; 3) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3) Детали, выпускаемые цехом, считаются высшего качества, если отклонения их размера от номинала не превосходят по абсолютной величине 2,6 мм. Случайное отклонение размера детали от номинала подчиняется нормальному закону со средним квадратическим отклонением равным 2 мм. Систематические ошибки отсутствуют ($M(X)=0$). Определить среднее число деталей высшего качества среди наудачу выбранных пяти деталей.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0{,}4$; $M(X) = 4{,}4$; $D(X) = 3{,}84$

Вариант №19

1) На пути движения автомобиля пять светофоров, каждый из которых разрешает или запрещает проезд с вероятностью 0,5. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа светофоров, пройденных автомобилем до первой остановки; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{2}(1-\cos x), & 0 \le x \le \pi \\ 1, & x > \pi \end{cases}$$

Требуется: 1) найти функцию $f(x)$; 2) вычислить вероятность события $\frac{\pi}{6} < X < \frac{\pi}{3}$; 3) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3) Какова вероятность того, что нормально распределенная случайная величина со средним значением равным 1 и дисперсией равной 4, примет значение меньшее 5, но больше 0. Составить функцию плотности распределения вероятностей этой случайной величины.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0{,}6$; $M(X) = 4$; $D(X) = 6$

Вариант №20

1) Два стрелка стреляют по одной мишени, делая независимо друг от друга по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,5, для второго – 0,6. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – общего числа попаданий; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения:

$$f(x) = \begin{cases} a(4x - x^2), & 0 \le x \le 2 \\ 0, & x < 0, \quad x > 2 \end{cases}$$

Требуется:1) найти параметр a; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность события $0 < X < 1$; 4) вычислить $M(X)$, $D(X)$.

3) Случайная величина X распределена по нормальному закону со средним значением равным 40 и дисперсией равной 200. Вычислить вероятность попадания этой величины в интервал $(30;80)$. Написать функцию $f(x)$.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0{,}7$; $M(X) = 3{,}8$; $D(X) = 7{,}56$

Вариант №21

1) В ящике лежат 10 изделий, одно из них бракованное. Из ящика вынимают изделия одно за другим до тех пор пока не будет вынуто наугад бракованное. Составить закон распределения случайной величины X - числа вынутых изделий. Найти $F(x)$ и построить ее графически. Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$. Построить график распределения.

2) При каком значении параметра C функция $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ C/x^4, & x \geq 1 \end{cases}$ будет плотностью вероятности случайной величины X? Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

3) На автомате изготовляются заклёпки. Диаметр их головок представляет собой случайную величину, распределённую по нормальному закону с параметрами $M(X) = 2$ мм, $\sigma^2 = 0{,}01$мм^2. Какие размеры диаметра головок можно гарантировать с вероятность 0,95? Записать функцию $f(x)$.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0{,}4$; $M(X) = 3{,}2$; $D(X) = 0{,}96$

Вариант №22

1) Вероятность того, что телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,8. Со склада отпущено 6 телевизоров. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа телевизоров, которые потребуют гарантийного ремонта; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить ее график.

2) Случайная величина X задана законом распределения $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq \frac{2}{3} \\ 3x^2 - 2x, & \frac{2}{3} < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$

Требуется:1) найти функцию $f(x)$ 2) вероятность того, что в двух опытах величина примет значение из интервала $(0{,}7;0{,}8)$; 3) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3) При средней длине некоторой детали в 20 см. найдено, что отклонения, превосходящие $\pm 0{,}5$ см, встречаются в среднем 4 раза из 100 деталей. Считая, что длина детали распределена по нормальному закону, определите её стандартное отклонение $\sigma(X)$.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0{,}3$; $M(X) = 3{,}7$; $D(X) = 0{,}21$

Вариант №23

1) Вероятность изготовления стандартной детали равна 0,9. Из партии контролер берёт деталь и проверяет её качество. Если она оказывается нестандартной, дальнейшие испытания прекращаются, а партия задерживается. Если деталь окажется стандартной, то контролер берет следующую и т.д. Но всего он проверяет не более 5 деталей. Требуется: 1)составить закон распределения случайной величины X - числа проверенных деталей; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ a(1-\cos x), & 0 < x \le \pi \\ 1, & x > \pi \end{cases}$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что случайная величина примет значение большее $5\pi/6$; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3) Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma(X) = 20$ мм и $M(X) = 0$. Найти вероятность того, что из трех независимых измерений ошибка хотя бы одного не превзойдет по модулю 4 мм.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1 = 0{,}5$; $M(X) = 3{,}5$; $D(X) = 0{,}25$.

Вариант №24

1) Рабочий обслуживает 4 станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует регулировки – 0,9, второй – 0,98, третий – 0,75, четвертый – 0,7. Требуется: 1) составить закон распределения числа станков, которые в течение часа не потребуют регулировки; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения:

$$f(x)=\begin{cases} ax^2, & 0\le x\le 2 \\ 0, & x<0, \quad x>2 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность события $X<1$; 4) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

3) При весе некоторого изделия в 10 кг, найдено, что отклонение, по абсолютной величине превосходящее 50 г, встречается в среднем 34 раза из тысячи изделий. Считая, что вес изделия есть случайная величина X, распределенная по нормальному закону, найти ее среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1<x_2$). Значение $X=x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1=0{,}7$; $M(X)=3{,}3$; $D(X)=0{,}21$

Вариант №5

1) Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Экзаменатор задает ему 5 вопросов. Пятерка ставится за 5 правильных ответов, четверка за четыре из 5, и т.д. Требуется: 1)составить закон распределения случайной величины X - оценки студента; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 2 \\ a(x-2)^3, & 2<x\le 3 \\ 1, & x>3 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина X примет значение большее $5/2$; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3) Станок автомат изготавливает валики, причем контролируется их диаметр X, который имеет нормальный закон распределения с $M(X)=10$ мм, $\sigma=0{,}1$мм. Найти интервал, в котором с вероятностью 0,9973 будут заключены диаметры изготовленных валиков.

4) Задана случайная величина X, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1<x_2$). Значение $X=x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины X, если $p_1=0{,}9$; $M(X)=3{,}1$; $D(X)=0{,}09$

Типовой расчет №4

Вариант 1

Дано распределение абонентов по потребляемой мощности электроэнергии (кВт.-ч.)

Интервалы мощности	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
Число абонентов	3	13	70	190	290	230	130	62

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии и эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X — потребляемой мощности электроэнергии; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 2

1. Приводится распределение волокон хлопка по их длине (в мм).

Длина волокон	Число волокон
5-8	0
8-11	27
11-14	60
14-17	85
17-20	108
20-23	127
23-26	153
26-29	172
29-32	146
32-35	82
35-38	33
38-41	9
41-44	4

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины – длины волокон хлопка; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 3

1. Испытывалась чувствительность второго канала телевизоров. Данные испытаний указаны в следующей таблице, где в первой строке даны интервалы чувствительности (в мкр.в.), во второй - число телевизоров n_i чувствительность которых оказалась в данном интервале.

интервал	n_i
75-125	1
125-175	10
175-225	11
225-275	11
275-325	12
325-375	17
375-425	10
425-475	8
475-525	9
525-575	1

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - чувствительности второго канала телевизоров; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 4

В ОТК были измерены диаметры валиков из партии, изготовленной одним станком-автоматом. Отклонения измеренных диаметров от номинала даны в следующей таблице (в микронах):

Границы отклонений	число валиков
-20-(-15)	7
-15-(-10)	11
-10-(-5)	15
-5-0	24
0-5	49
5-10	41
10-15	26
15-20	17
20-25	7
25-30	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 5

1. Приводится распределение урожайности ржи (в ц/га) на различных участках поля некоторого хозяйства:

Урожайность (ц/га)	9-12	12-15	15-18	18-21	21-24	24-27
Доля участка (в % к общей посевной площади)	5	15	33	23	17	7

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* – урожайности; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 6

1. С целью исследования закона распределения ошибки измерения дальности с помощью радиодальномера произведено измерение дальности (в м). Результаты представлены в следующей таблице:

Дальность (в м)	Число измерений
560-570	6
570-580	27
580-590	45
590-600	72
600-610	78
610-620	43
620-630	29
630-640	14
640-650	8
650-660	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – дальности; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 7

1. Приводятся данные отклонения бомбы по дальности от центра цели:

Отклонение (в м)	Количество отклонений
-500-(-400)	4
-400-(-300)	12
-300-(-200)	28
-200-(-100)	56
-100-0	100
0-100	96
100-200	60
200-300	32
300-400	8
400-500	4

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – отклонения бомбы по дальности от цели; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 8

Приведены результаты измерения роста случайно отобранных студентов:

Рост (в см)	Число студентов
154-158	10
158-160	14
160-162	26
162-164	28
164-166	30
166-168	40
168-170	50
170-174	28
174-178	20
178-180	8

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – роста студентов; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 9

Дано распределение скорости автомобилей на одном участке шоссе (км/ч):

Скорость (км/ч)	Число автомобилей
61-65	5
65-69	8
69-73	12
73-77	17
77-81	20
81-85	35
85-89	28
89-93	11
93-97	8
97-101	5

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – скорости автомобиля; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 10

Приводится суммарное число набранных баллов командами в соревнованиях:

Число баллов	Число команд
49-52	3
52-55	6
55-58	11
58-61	19
61-64	30
64-67	23
67-70	12

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – суммарного числа баллов; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 11

Дано распределение предела прочности образцов сварного шва (Н/мм^2):

Предел прочности	частота
28-30	8
30-32	12
32-34	15
34-36	20
36-38	15
38-40	10
40-42	6
42-44	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – предела прочности; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 12

Распределение отклонений напряжения от номинала (мв):

отклонение	частота
0.00-0.02	9
0.02-0.04	15
0.04-0.06	29
0.06-0.08	35
0.08-0.10	32
0.10-0.12	19
0.12-0.14	8
0.14-0.16	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – отклонения напряжения от номинала; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 13

Приводится время выполнения упражнения (в с.) учениками

интервал	Кол-во учеников
8.95-9.05	4
9.05-9.15	8
9.15-9.25	10
9.25-9.35	8
9.35-9.45	6
9.45-55	4
9.55-9.65	3
9.65-9.75	1

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X –времени выполнения упражнений; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 14

Горизонтальное отклонение от цели (м) при испытании ракет приведено в следующей таблице:

Отклонение	Кол-во ракет
-40-(-30)	7
-30-(-20)	11
-20-(-10)	15
-10-0	24
0-10	49
10-20	41
20-30	26
30-40	17
40-50	7
50-60	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – отклонения от цели; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 15

Приводится распределение рабочих по зарплате за смену:

Зарплата (в усл.ден.ед.)	Число рабочих
230-240	24
240-250	33
250-260	40
260-270	50
270-280	60
280-290	120
290-300	180
300-310	58
310-320	30
320-330	15

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – зарплате рабочих за смену; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 16

Дано распределение нитей пряжи по крепость нитей (г):

Крепости нитей (г)	Кол-во нитей
170-180	9
180-190	52
190-200	84
200-210	128
210-220	187
220-230	225
230-240	174
240-250	107
250-260	34
260-270	5

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – крепости нитей; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 17

1. Дано распределение рабочих по времени, затрачиваемого одним рабочим на изготовление одной детали.

Время (мин)	Число рабочих
2-4	1
4-6	4
6-8	23
8-10	33
10-12	20
12-14	17
14-16	2

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – времени, затрачиваемом рабочим для изготовления одной детали; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 18

Даны результаты испытания стойкости удлиненных сверл диаметром 4 мм (ч.):

стойкость	Кол-во сверл
2.6-2.8	7
2.8-3.0	10
3.0-3.2	49
3.2-3.4	70
3.4-3.6	46
3.6-3.8	10
3.8-4.0	8

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – стойкости удлиненных сверл; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 19

Даны результаты определения содержания фосфора в чугунных образцах:

Содержание фосфора (%)	Число образцов
0.10-0.20	5
0.2-0.3	23
0.3-0.4	38
0.4-0.5	25
0.5-0.6	5
0.6-0.7	4
0.7-0.8	2

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – содержания фосфора в образцах; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 20

1. Приводятся данные о среднесуточном пробеге автомобилей (в сотнях км):

Пробег	Число автомобилей
1.0-1.2	2
1.2-1.4	5
1.4-1.6	20
1.6-1.8	48
1.8-2.0	19
2.0-2.2	5
2.2-2.4	1

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* – среднесуточного пробега; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 21

Дано распределение абонентов по потребляемой мощности электроэнергии (кВт.-ч.)

Интервалы мощности	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
Число абонентов	3	13	70	190	290	230	130	62

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии и эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* — потребляемой мощности электроэнергии; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 22

Приводится распределение волокон хлопка по их длине (в мм).

Длина волокон	Число волокон
5-8	0
8-11	27
11-14	60
14-17	85
17-20	108
20-23	127
23-26	153
26-29	172
29-32	146
32-35	82
35-38	33
38-41	9
41-44	4

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины – длины волокон хлопка; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 23

1. Испытывалась чувствительность второго канала телевизоров. Данные испытаний указаны в следующей таблице, где в первой строке даны интервалы чувствительности (в мкр.в.), во второй - число телевизоров n_i чувствительность которых оказалась в данном интервале.

интервал	n_i
75-125	1
125-175	10
175-225	11
225-275	11
275-325	12
325-375	17
375-425	10
425-475	8
475-525	9
525-575	1

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - чувствительности второго канала телевизоров; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 24

В ОТК были измерены диаметры валиков из партии, изготовленной одним станком-автоматом. Отклонения измеренных диаметров от номинала даны в следующей таблице (в микронах):

Границы отклонений	число валиков
-20-(-15)	7
-15-(-10)	11
-10-(-5)	15
-5-0	24
0-5	49
5-10	41
10-15	26
15-20	17
20-25	7
25-30	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 25

1. Приводится распределение урожайности ржи (в ц/га) на различных участках поля некоторого хозяйства:

Урожайность (ц/га)	9-12	12-15	15-18	18-21	21-24	24-27
Доля участка (в % к общей посевной площади)	5	15	33	23	17	7

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – урожайности; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Типовой расчет №5

Вариант 1

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Туристическая компания предлагает места в гостиницах. Менеджера компании интересует, насколько возрастает привлекательность гостиницы в зависимости от ее расстояния до пляжа. С этой целью по 12 гостиницам города была выяснена среднегодовая наполняемость номеров и расстояния в километрах от пляжа.

Расстояние, км	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8
Наполняемость, %	92	95	96	90	89	86	90	83	85	80	78	76

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о наполняемости номеров гостиницы, если она будет расположена на расстоянии 1,1 км от пляжа.

Задание 3. Группу учеников ранжировали в соответствии с их способностями, обнаруженными на уроках математики и литературы.

Ученик	1	2	3	4	5	6	7	8
Ранг знаний по математике	5	2	1	7	8	4	6	3
Ранг знаний по литературе	4	3	2	1	7	6	5	8

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 2

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Компанию по прокату автомобилей интересует зависимость между пробегом автомобилей (X тыс.км) и стоимостью ежемесячного технического обслуживания (Y). Для выяснения характера этой связи было отобрано 15 автомобилей.

X	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Y	13	16	15	20	19	21	26	24	30	32	30	35	34	40	39

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз стоимости ежемесячного технического обслуживания автомобиля, пробег которого 22 тыс.км.

Задание 3. Рейтинг 9 банков оценен двумя экспертами.

Эксперт	Номер банка								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3	2	1	4	5	6	7	8	9
2	2	3	1	4	7	9	8	5	6

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 3

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Врач-исследователь выясняет зависимость площади пораженной части легких, заболевших эмфиземой легких, от числа лет курения. Статистические данные имеют следующий вид:

Число лет курения	25	36	22	15	48	39	42	31	28	33
Площадь пораженной части легкого,%	55	60	50	30	75	70	70	55	30	35

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о степени поражения легких у случайно выбранного пациента, больного эмфиземой, если человек курил 30 лет.

Задание 3. Семь вновь принятых сотрудников брокерской компании проходят аттестацию в конце испытательного периода. Результаты их работы оцениваются путем сдачи теста на профессиональную пригодность и по отдаче с каждого инвестируемого ими рубля. Результаты молодых специалистов были ранжированы следующим образом:

Молодые специалисты	1	2	3	4	5	6	7
Результаты теста	3	2	6	4	1	7	5
Отдача с рубля	1	3	5	2	4	6	7

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 4

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Компания занимающаяся продажей радиоаппаратуры, установила на видеомагнитофон определенной модели цену, дифференцированную по регионам. Следующие данные показывают цены на видеомагнитофон в 8 различных регионах и соответствующее им число продаж.

Число продаж, шт.	420	380	350	400	440	380	450	420
Цена, тыс.сом	5,5	6,0	6,5	6,0	5,0	6,5	4,5	5,0

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз стоимости видеомагнитофона в регионе, если объем продаж составил 460 шт.

Задание 3. Рейтинг 10 предприятий города оценен двумя экспертами. С помощью ранговой корреляции установить согласуются ли данные оценки.

Эксперт	Номер предприятия									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	2	1	4	10	5	6	7	8	9
2	1	2	10	5	3	4	6	9	7	8

Найдите тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 5

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Опрос случайно выбранных 10 студентов, проживающих в общежитии университета, позволяет выявить зависимость между средним баллом по результатам предыдущей сессии и числом часов в неделю, затраченных студентом на самостоятельную подготовку.

Средний балл	4,6	4,3	3,8	3,8	4,2	4,3	3,8	4,0	3,1	3,9
Число часов	25	22	9	15	15	30	20	30	10	17

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Если студент занимается самостоятельно по 12 часов в неделю, то каков прогноз его успеваемости?

Задание 3. В конкурсе красоты участвовало 10 девушек. Разыгрывались призы жюри и зрителей. Места, присужденные девушкам, записаны в таблицу в соответствии с номерами участниц

Участница	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Место у зрителей	10	7	8	2	5	1	6	3	9	4
Место у жюри	8	2	9	6	4	5	3	7	10	1

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 6

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Некоторая компания провела рекламную кампанию в магазинах с демонстрацией антисептических качеств своего нового моющего средства. Через 10 недель компания решила проанализировать эффективность этого вида рекламы, сопоставив еженедельные объемы продаж с расходами на рекламу (тыс. сом).

Объем продаж, тыс.сом	72	76	78	70	68	80	82	65	62	90
Расходы на рекламу, тыс. сом	5	8	6	5	3	9	12	4	3	10

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз объема продаж, если расходы на рекламу составили 11 тыс. сом.

Задание 3. При дегустации 9 видов напитков два дегустатора выставили оценки анализируемым напиткам (в порядке дегустации), исходя из десятибалльной шкалы:

Напиток	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Оценка первого дегустатора	6	5	2	8	9	5	6	7	7
Оценка второго дегустатора	5	8	3	7	8	6	6	6	7

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 7

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Имеется выборка из 10 домохозяйств для изучения связи между числом телевизоров в домохозяйстве и числом членов домохозяйства. X - число членов домохозяйства; Y - число телевизоров.

X	6	2	4	3	4	4	6	3	2	2
Y	4	1	3	2	2	3	4	1	2	2

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз количества телевизоров домохозяйства, состоящего из 8 человек.

Задание 3. Два арбитра оценили мастерство 10 спортсменов. С помощью ранговой корреляции установить согласуются ли данные оценки.

спортсмен	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Оценка 1 арбитра	2	3	10	4	7	1	9	8	5	6
Оценка 1 арбитра	9	4	5	3	1	6	10	7	2	8

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 8

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Имеются выборочные данные о стаже работы (X, лет) и выработке одного рабочего за смену (Y, шт.).

X	1	3	4	5	6	7
Y	14	15	18	20	22	25

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о выработке рабочего, имеющего стаж работы 10 лет.

Задание 3. Группу учеников ранжировали в соответствии с их способностями, обнаруженными на уроках математики и физики.

Ученик	1	2	3	4	5	6	7
Ранг знаний по математике	5	7	1	4	2	3	6
Ранг знаний по физике	4	6	3	5	1	2	7

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 9

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Изучается зависимость себестоимости единицы изделия (Y, тыс.сом) от величины выпуска продукции (X, тыс. шт.) по группам предприятий за отчетный период. Экономист обследовал 5 предприятий и получил следующие данные:

X	2	3	4	5	6
Y	1,9	1,7	1,8	1,6	1,4

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0{,}05$. Сделать прогноз о себестоимости единицы изделия, если выпуск продукции составит 8 тыс.штук.

Задание 3. Проверка готовности 7 школьных кабинетов к учебному году проводилась комиссией в составе двух человек. Каждый член комиссии оценивал готовность кабинета по десятибалльной системе. Результаты их работы приведены в таблице:

Номер кабинета	1	2	3	4	5	6	7
Оценка первого члена комиссии	8	7	10	7	3	8	9
Оценка второго члена комиссии	6	6	9	7	4	8	10

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 10

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Имеются выборочные данные о глубине вспашки полей под озимые культуры (X, см) и их урожайности (Y, ц/га):

X	10	15	20	25	30
Y	5	10	16	20	24

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0{,}05$. Сделать прогноз об урожайности пшеницы при глубине вспашки 22 см.

1) ноз о производительности труда рабочего, если его стаж работы составит 14 лет.

Задание 3. Двенадцать однородных предприятий были проранжированы сначала по степени оснащенности их вычислительной техникой, а затем по степени эффективности их функционирования за рассматриваемый период:

Оснащенность	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Эффективность	2	4	1	7	3	5	9	10	12	8	11	6

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 11

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Из студентов 4-го курса естественно-технического факультета КРСУ отобраны случайным образом 10 студентов и подсчитаны средние оценки, полученные ими на первом (X) и на четвертом (Y) курсе. Получены следующие данные:

X	3,5	4,0	3,8	4,6	3,9	3,0	3,5	3,9	4,5	4,1
Y	4,2	3,9	3,8	4,5	4,2	3,4	3,8	3,9	4,6	3,0

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз средней оценки, полученной студентом на четвертом курсе, если на первом курсе его средняя оценка 4,3.

Задание 3. Группу учеников ранжировали в соответствии с их способностями, обнаруженными на уроках музыки и математики.

Ученики	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Математика	7	4	3	10	6	2	9	8	1	5
Музыка	5	7	3	10	1	9	6	2	8	4

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 12

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Имеются данные о связи между возрастом самолета (X, лет) и стоимостью его эксплуатации (Y млн. сом):

X	1	2	3	4	5
Y	2	4	5	8	10

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз стоимости эксплуатации самолета, если его возраст 2,5 года.

Задание 3. На конкурсе красоты члены жюри расположили участниц следующим образом:

Член жюри *A*	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Член жюри *B*	5	4	1	7	2	8	3	6	9

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 13

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Исследована зависимость объема выпуска продукции (X, тыс.шт.) и себестоимости единицы изделия (Y, тыс.сом). Получены следующие данные:

X	3	4	5	6	7
Y	10	8	7	5	2

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз себестоимости единицы изделия, если объем выпуска продукции составит 8,5 тыс.штук.

Задание 3. В результате обследования для 10 важнейших видов оборудования, используемого судоводителями во время вахты, получены следующие ранги по важности оборудования *X* и по частоте его использования *Y*:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	2	5	1	10	4	7	6	9	8	3

Требуется найти тесноту связи между этими данными. используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 14

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Имеются выборочные данные об общем весе некоторого растения (X, г.) и весе его семян (Y, г.). Данные приведены в таблице:

X	40	50	60	70	80	90	100
Y	2	2,5	2,8	3	3,5	4	4,5

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз веса некоторого растения, если вес его семян 4,4 г.

Задание 3. На конкурсе научных проектов члены жюри расположили участников следующим образом:

Член жюри *A*	2	5	1	3	4	7	6	9	10	8
Член жюри *B*	5	4	1	10	7	2	8	3	6	9

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 15

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. При исследовании зависимости времени, затраченного на закрепление детали на токарном станке, от веса детали, получены следующие результаты (X - вес детали, кг, Y - время закрепления детали, с.):

X	7	8	10	12	13	14	15	17	18	20
Y	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	3,0	3,1	3,2

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз о времени, затраченного на закрепление детали на станке, если ее вес 22 кг.

Задание 3. Имеется 12 одинаковых по размеру дисков, окраска которых отличается тоном от светло-голубого до темно-синего. С помощью колориметрического испытания можно получить объективную оценку интенсивности цвета. Для того чтобы оценить, как тонко модельер одежды различает цветовые оттенки, ему показывают все эти диски и предлагают расположить их в определенном порядке – по степени интенсивности цвета. При этом получены результаты:

Порядок дисков, основанный на объективных оценках	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Порядок, основанный на оценках модельера	1	4	7	2	3	5	8	12	10	6	11	9

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 16

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Имеются следующие выборочные данные о стоимости квартир (Y) и их общей площади (X) в городе N:

X	33	40	36	60	55	80	95	70	48	53	95	63
Y	13,8	13,8	14	22,5	24	28	32	20,9	22	21,5	32,5	24

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.
Сделать прогноз стоимости квартиры, если ее площадь 56,4 м^2.

Задание 3. По восьми предприятиям имеются данные об энерговооруженности труда и производительности труда, соответствующие ранги приведены в таблице

Энерговооруженность труда	1	2	3	4	5	6	7	8
Производительность труда	8	7	5	6	4	2	3	1

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 17

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Имеются следующие выборочные данные о жесткости воды (Y, град.) и количеством кальция в воде X (г/л):

X	28	56	77	191	241	262
Y	4	8	11	27	34	37

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз жесткости воды с содержанием кальция 250 мг/л.

Задание 3. У художника имеется палитра из 10 оттенков зеленой краски. С помощью колориметрического испытания можно получить объективную оценку интенсивности цвета. Для того чтобы оценить, как тонко художник различает цветовые оттенки, ему предлагают расположить их в определенном порядке – по степени интенсивности цвета. При этом получены результаты:

Порядок, основанный на объективных оценках	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Порядок, основанный на оценках художника	4	1	7	2	3	5	8	9	6	10

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 18

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Исследуется зависимость между пределом прочности прессованной детали Y (МПа) и температурой при прессовании X (град.). Экспериментальные данные, представлены в таблице:

X	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165
Y	110	107	105	98	100	95	95	92	86	86

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0{,}05$.

Сделать прогноз предела прочности детали, если температура прессования 170 град.

Задание 3. Восемь студентов протестированы по математике и по гуманитарным предметам, соответствующие ранги приведены в таблице:

Студент	1	2	3	4	5	6	7	8
Ранг по математике	1	7	8	5	2	4	6	3
Ранг по гуманитарным предметам	1	3	8	7	5	6	4	2

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 19

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Имеются данные о фондовооруженности предприятия X (тыс.сом) и производительности труда Y (тыс.сом).

X	20,7	22,8	18,7	16,5	14,7	11,3	18,8	13,4	9,5	11,8
Y	10,5	10,6	9,5	7,6	6,4	4,5	9	6,8	4,9	6,1

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0{,}05$. Сделать прогноз о производительности труда, если фондовооруженность предприятия составляет 20 тыс.сом.

Задание 3. В результате обследования 10 учащихся школы, получены следующие ранги показателей вербального (X) и невербального (Y) интеллекта:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	2	5	1	10	4	7	6	9	8	3

Требуется найти тесноту связи между этими данным используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 20

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. В таблице приведены результаты изучения зависимости себестоимости единицы продукции (Y, тыс.руб.) от величины выпуска продукции (X, тыс.штук) по разным предприятиям отрасли.

X	2	3	4	5	6	7	8
Y	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз себестоимости единицы изделия, если выпуск продукции составит 10 тыс.штук.

Задание 3. При приеме на работу на вакантные должности 10 кандидатам было предложено два теста. Результаты тестов проранжированы и представлены в таблице:

Кандидат на должность	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Тест №1	10	7	8	2	5	1	6	3	9	4
Тест №2	8	2	9	6	4	5	3	7	10	1

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 21

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Туристическая компания предлагает места в гостиницах. Менеджера компании интересует, насколько возрастает привлекательность гостиницы в зависимости от ее расстояния до пляжа. С этой целью по 12 гостиницам города была выяснена среднегодовая наполняемость номеров и расстояния в километрах от пляжа.

Расстояние, км	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8
Наполняемость, %	92	95	96	90	89	86	90	83	85	80	78	76

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о наполняемости номеров гостиницы, если она будет расположена на расстоянии 1,1 км от пляжа.

Задание 3. Группу учеников ранжировали в соответствии с их способностями, обнаруженными на уроках математики и литературы.

Ученик	1	2	3	4	5	6	7	8
Ранг знаний по математике	5	2	1	7	8	4	6	3
Ранг знаний по литературе	4	3	2	1	7	6	5	8

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 22

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Компанию по прокату автомобилей интересует зависимость между пробегом автомобилей (X тыс.км) и стоимостью ежемесячного технического обслуживания (Y). Для выяснения характера этой связи было отобрано 15 автомобилей.

X	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Y	13	16	15	20	19	21	26	24	30	32	30	35	34	40	39

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз стоимости ежемесячного технического обслуживания автомобиля, пробег которого 22 тыс.км.

Задание 3. Рейтинг 9 банков оценен двумя экспертами.

Эксперт	Номер банка								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3	2	1	4	5	6	7	8	9
2	2	3	1	4	7	9	8	5	6

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 23

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Врач-исследователь выясняет зависимость площади пораженной части легких, заболевших эмфиземой легких, от числа лет курения. Статистические данные имеют следующий вид:

Число лет курения	25	36	22	15	48	39	42	31	28	33
Площадь пораженной части легкого,%	55	60	50	30	75	70	70	55	30	35

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о степени поражения легких у случайно выбранного пациента, больного эмфиземой, если человек курил 30 лет.

Задание 3. Семь вновь принятых сотрудников брокерской компании проходят аттестацию в конце испытательного периода. Результаты их работы оцениваются путем сдачи теста на профессиональную пригодность и по отдаче с каждого инвестируемого ими рубля. Результаты молодых специалистов были ранжированы следующим образом:

Молодые специалисты	1	2	3	4	5	6	7
Результаты теста	3	2	6	4	1	7	5
Отдача с рубля	1	3	5	2	4	6	7

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 24

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Компания занимающаяся продажей радиоаппаратуры, установила на видеомагнитофон определенной модели цену, дифференцированную по регионам. Следующие данные показывают цены на видеомагнитофон в 8 различных регионах и соответствующее им число продаж.

Число продаж, шт.	420	380	350	400	440	380	450	420
Цена, тыс.сом	5,5	6,0	6,5	6,0	5,0	6,5	4,5	5,0

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз стоимости видеомагнитофона в регионе, если объем продаж составил 460 шт.

Задание 3. Рейтинг 10 предприятий города оценен двумя экспертами. С помощью ранговой корреляции установить согласуются ли данные оценки.

Эксперт	Номер предприятия									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	2	1	4	10	5	6	7	8	9
2	1	2	10	5	3	4	6	9	7	8

Найдите тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 25

Задание 1. Используя условие и результаты типового расчета №4, проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Задание 2. Опрос случайно выбранных 10 студентов, проживающих в общежитии университета, позволяет выявить зависимость между средним баллом по результатам предыдущей сессии и числом часов в неделю, затраченных студентом на самостоятельную подготовку.

Средний балл	4,6	4,3	3,8	3,8	4,2	4,3	3,8	4,0	3,1	3,9
Число часов	25	22	9	15	15	30	20	30	10	17

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Если студент занимается самостоятельно по 12 часов в неделю, то каков прогноз его успеваемости?

Задание 3. В конкурсе красоты участвовало 10 девушек. Разыгрывались призы жюри и зрителей. Места, присужденные девушкам, записаны в таблицу в соответствии с номерами участниц

Участница	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Место у зрителей	10	7	8	2	5	1	6	3	9	4
Место у жюри	8	2	9	6	4	5	3	7	10	1

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

ПРИЛОЖЕНИЕ №4

ОБРАЗЦЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1СЕМЕСТР

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Задание 1. Найти матрицу $D=(AB)^T+2C$, если

$$A=\begin{pmatrix}1&0&2\\3&1&0\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}-1&0&1\\5&1&4\\-2&0&1\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}0&-3\\4&2\\-1&-5\end{pmatrix}.$$

Решение. 1)

$$AB=\begin{pmatrix}1&0&2\\3&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0&1\\5&1&4\\-2&0&1\end{pmatrix}=$$

$$\begin{pmatrix}1\cdot(-1)+0\cdot5+2\cdot(-2) & 1\cdot0+0\cdot1+2\cdot0 & 1\cdot1+0\cdot4+2\cdot1\\ 3\cdot(-1)+1\cdot5+0\cdot(-2) & 3\cdot0+1\cdot1+0\cdot0 & 3\cdot1+1\cdot4+0\cdot1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5&0&3\\2&1&7\end{pmatrix}$$

2) $(AB)^T=\begin{pmatrix}-5&0&3\\2&1&7\end{pmatrix}^T=\begin{pmatrix}-5&2\\0&1\\3&7\end{pmatrix};$

3) $2C=2\cdot\begin{pmatrix}0&-3\\4&2\\-1&-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&-6\\8&4\\-2&-10\end{pmatrix}$

4) $D=(AB)^T+2C=\begin{pmatrix}-5&2\\0&1\\3&7\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&-6\\8&4\\-2&-10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5&-4\\8&5\\1&-3\end{pmatrix}.$

Задание 2. Решить систему двумя методами $\begin{cases}x+2y+z+7=0,\\2x+y-z-1=0,\\3x-y+2z-2=0.\end{cases}$

Решение. Сначала запишем систему в стандартном виде. Для этого свободные коэффициенты перенесем вправо. Имеем: $\begin{cases}x+2y+z=-7,\\2x+y-z=1,\\3x-y+2z=2.\end{cases}$

Решим систему по методу Крамера. Для этого выпишем и вычислим по методу треугольников главный определитель системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 1\cdot 1\cdot 2 + 2\cdot(-1)\cdot 1 + 2\cdot(-1)\cdot 3 - 3\cdot 1\cdot 1 -$$

$$-(-1)\cdot(-1)\cdot 1 - 2\cdot 2\cdot 2 = -18.$$

Так как определитель отличен от нуля, то решение системы единственно и можно его найти по формулам Крамера. Составим и вычислим вспомогательные определители системы:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} -7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -14 - 1 - 4 - 2 + 7 - 4 = -18;$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & -7 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 2 + 4 + 21 - 3 + 2 + 28 = 54;$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -7 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 + 14 + 6 + 21 + 1 - 8 = 36.$$

По формулам Крамера $x = \dfrac{\Delta_x}{\Delta} = \dfrac{-18}{-18} = 1;$ $y = \dfrac{\Delta_y}{\Delta} = \dfrac{54}{-18} = -3;$ $z = \dfrac{\Delta_z}{\Delta} = \dfrac{36}{-18} = -2.$

Второй метод – метод Гаусса.

Выпишем расширенную матрицу системы и проведем преобразования Гаусса методом прямоугольников.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & -7 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 2 \end{array}\right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & -7 \\ 0 & -3 & -3 & 15 \\ 0 & -7 & -1 & 23 \end{array}\right) /(-3) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & -7 \\ 0 & 1 & 1 & -5 \\ 0 & -7 & -1 & 23 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & -7 \\ 0 & 1 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 6 & -12 \end{array}\right) /6 \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & -7 \\ 0 & 1 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right)$$

Обратный ход метода Гаусса. По последней матрице начиная с третьей строки составим уравнения и решаем их. Имеем:

$$\begin{array}{lll} & y + z = -5, & x + 2y + z = -7, \\ z = -2. & y - 2 = -5, & x + 2\cdot(-3) + (-2) = -7, \\ & y = -3. & x = 1. \end{array}$$

Задание 3. Найти базисное решение системы в базисе $\{x_3; x_4\}$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 + x_2 \quad + x_4 = 20. \end{cases}$$

Решение. Согласно определению базисным решением называется общее решение, в котором все свободные переменные равны нулю. По условию базис - $\{x_3; x_4\}$. Следовательно, свободные переменные $x_1 = x_2 = 0$, с учетом этого получим систему: $\begin{cases} -x_3 + 3x_4 = 5, \\ x_4 = 20. \end{cases}$ Решение системы $\begin{cases} x_3 = 55, \\ x_4 = 20. \end{cases}$

Таким образом, базисное решение $\{0; 0; 55; 20\}$.

Задание 4. Найти собственные значения и 1 любой собственный вектор матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение. Составим характеристическое уравнение $|A - \lambda E| = 0$.

$$\left| \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 1-\lambda & -2 & 1 \\ 0 & 4-\lambda & -1 \\ 0 & 2 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0.$$

Решим это уравнение, найдя определитель.

$$(1-\lambda)(4-\lambda)(1-\lambda) + 2(1-\lambda) = 0, \qquad (1-\lambda)(6 - 5\lambda + \lambda^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-\lambda = 0, \\ \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0, \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \lambda_1 = 1, \\ \lambda_2 = 2, \\ \lambda_3 = 3. \end{array} \right.$$

Собственные значения $\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = 2,\ \lambda_3 = 3$ найдены.

Найдем собственный вектор $\vec{x}^1 = (x_1, x_2, x_3)$, соответствующий собственному значению $\lambda_1 = 1,$ используя формулу $(A - \lambda E)x = 0$:

$$\begin{pmatrix} 1-1 & -2 & 1 \\ 0 & 4-1 & -1 \\ 0 & 2 & 1-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Из этого равенства получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 0x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 0x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ 0x_1 + 2x_2 + 0x_3 = 0. \end{cases}$$

Решим эту систему методом Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 0 & \underline{-2} & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{-1} & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, ранг системы уравнений равен 2, т.е. число базисных неизвестных 2. А так как число неизвестных системы равно 3, то число свободных неизвестных равно 1. Система имеет бесчисленное множество решений. Базисный минор $\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$, т.е. x_2 и x_3 – базисные переменные, x_1 – свободная.

Таким образом, $x_3 = x_1$, $-2x_2 = -x_3$, $x_2 = \frac{1}{2}x_1$. Пусть $x_1 = c_1$, где c_1 – любое не равное нулю действительное число. Тогда $x_1 = c_1$, $x_2 = c_1/2$, $x_3 = c_1$. Значит, $\vec{x}^1 = (c_1; c_1/2; c_1)$, где $c_1 \neq 0$ – собственный вектор, соответствующий собственному значению $\lambda_1 = 1$.

Задание 5. Предприятие выпускает четыре вида продукции в количествах 50, 80, 20, 120 ед. При этом нормы расхода сырья составляют соответственно 7; 3; 10; 4 кг. Определить суммарный расход сырья.

Решение. Введем два вектора. Первый вектор – план выпуска $\vec{x} = (50; 80; 20; 120)$, второй – вектор расхода сырья – $\vec{y} = (7; 3; 10; 4)$. Суммарный расход сырья представляет собой скалярное произведение данных векторов. Имеем: $\vec{x} \cdot \vec{y} = (50; 80; 20; 120) \cdot (7; 3; 10; 4) = 50 \cdot 7 + 80 \cdot 3 + 20 \cdot 10 + 120 \cdot 4 = 1270$.

Контрольная работа № 2

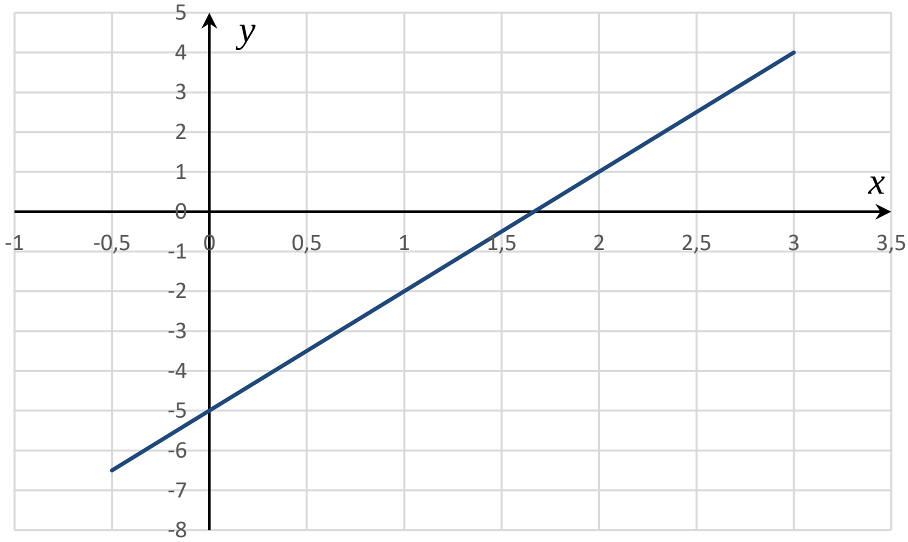
Задание 1. Даны точки *AB*: *A(3;4), B(2;1)*. Требуется: составить уравнение прямой, проходящей через эти точки*;* записать уравнение с угловым коэффициентом, указать угловой коэффициент; записать общее уравнение прямой и указать координаты нормального вектора; записать уравнение в отрезках и построить прямую.

Решение.

Уравнение прямой, проходящей через две точки составим по формуле: $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$. Подставляя координаты получим: $\frac{x-3}{2-3} = \frac{y-4}{1-4}$. Преобразуем это уравнение: $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{-3}$, $x - 3 = \frac{y-4}{3}$. Выразим из полученного выражения *y*, имеем: $y = 3x - 5$ - уравнение с угловым коэффициентом. Коэффициент перед *x* в полученном уравнении называется угловым коэффициентом. Таким образом, $k = 3$. Так как общее уравнение имеет вид $Ax + By + C = 0$, то уравнение $y = 3x - 5$ преобразуем следующим образом:

$3x-y-5=0$, таким образом получили общее уравнение прямой и нормальный вектор имеет координаты: $\vec{n}=\{3;-1\}$.

Преобразуем общее уравнение прямой к уравнению в отрезках. Для этого сначала перенесем свободный коэффициент в правую часть, а затем на него разделим обе стороны уравнения. Получим: $\frac{3x}{5}-\frac{y}{5}=1$ и окончательно уравнение в отрезках имеет вид: $\frac{x}{5/3}+\frac{y}{-5}=1$. Построим прямую. На оси Ox отложим отрезок $a=\frac{5}{3}$, на оси Oy – отрезок $b=-5$

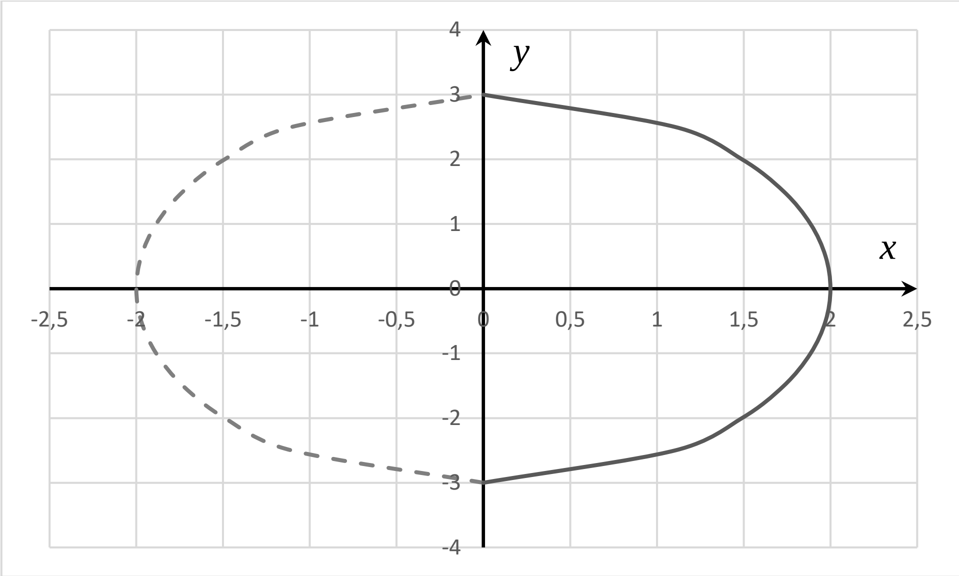


Задание 2. Установить, какие линии определяется следующими уравнениями, изобразить эти линии на чертеже.

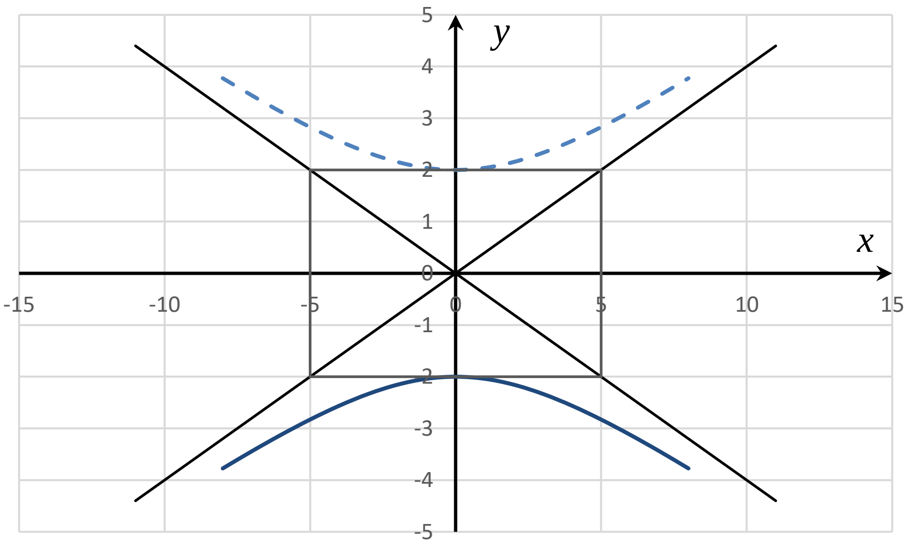
1. $x=\frac{2}{3}\sqrt{9-y^2}$,
2. $y=-\frac{2}{5}\sqrt{x^2+25}$,
3. $x-4=0$,
4. $x=-5\sqrt{-y}$.

Решение.

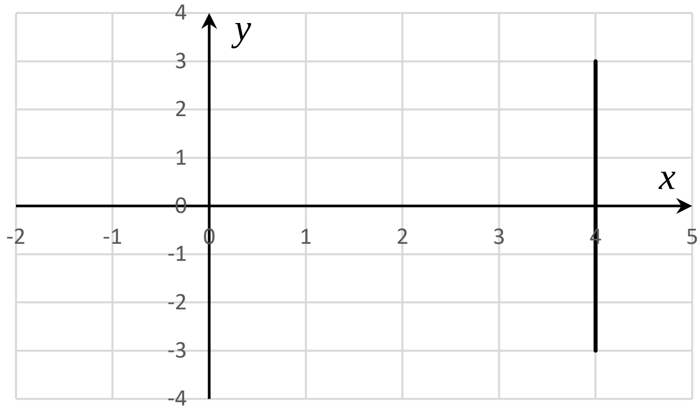
1) Возведем обе стороны уравнения в квадрат. Получим: $x^2=\frac{4}{9}(9-y^2)$ или $x^2=4-\frac{4}{9}y^2$, $x^2+\frac{4}{9}y^2=4$, $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ – каноническое уравнение эллипса с центром в начале координат и полуосями, равными $a=2,\ b=3$. Так как, по условию, в уравнении перед радикалом стоит знак плюс, то берем правую часть эллипса.



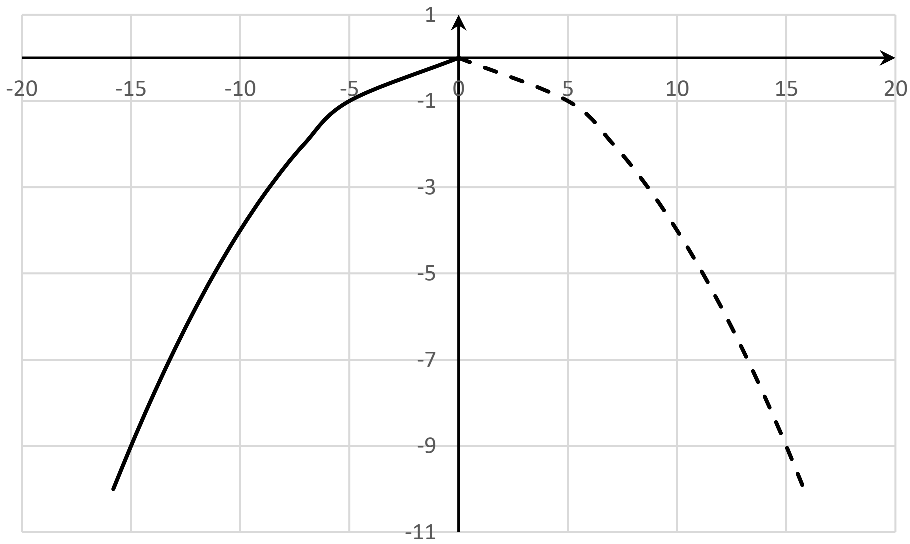
2) Возведем обе стороны уравнения $y=-\frac{2}{5}\sqrt{x^2+25}$ в квадрат. Получим: $y^2=\frac{4}{25}(x^2+25)$ или $y^2=\frac{4}{25}x^2+4$, $y^2-\frac{4}{25}x^2=4$, $-\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$ – каноническое уравнение гиперболы с центром в начале координат и полуосями, равными $a=5,\ b=2$. Так как, по условию, в уравнении перед радикалом стоит знак минус, то берем нижнюю часть гиперболы.



3) Уравнение $x-4=0$ описывает прямую, параллельную оси Oy



4) Возведем обе стороны уравнения $x=-5\sqrt{-y}$ в квадрат получим $x^2=-25y$. Данное уравнение на плоскости определяет параболу с вершиной в начале координат, ветви симметричны оси *Оу* и направлены вниз (так как есть знак минус). Возвращаемся к первоначальному уравнению и так как перед радикалом стоит знак минус, то данное уравнение описывает левую часть параболы.



Задание 3. Прибыль от продажи 50 шт. некоторого товара составляет 50 у.е., 100 шт. – 200 у.е. Определить прибыль от продажи 500 шт. товара при условии, что функция прибыли линейна.

Решение.

Так как функция прибыли линейна, то ее уравнение ищем как уравнение прямой, проходящей через две заданные точки по формуле:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}.$$

Имеем:

$$\frac{x-50}{100-50}=\frac{y-50}{200-50} \text{ или } \frac{x-50}{50}=\frac{y-50}{150} \quad y-50=3(x-50),\ y=3x-100.$$

Таким образом, функция прибыли имеет вид $y = 3x - 100$. Для того, чтобы определить прибыль от продажи 500 шт. товара нужно в полученное уравнение подставить значение $x = 500$. Имеем: $y = 3 \cdot 500 - 100 = 1400$ у.е.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

Вычислить пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+2n+9}{5n^3-7n+5}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n-5}{3n+5}\right)^{-n^2}$

3. $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{2x+1}{5x-2}\right)^{3x-1}$ 4. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{5x^2-12x+4}{3x^2+x-14}$

5. $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{6-\sqrt{x^2+20}}{3x+12}$ 6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\arcsin^2(8x)}{x\cdot\sin^2(5x)}$

7. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{arctg(15-5x)}{2x^2+3x-27}$ 8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+15x)}{e^{-3x}-1}$

Решение.

1) $$\lim_{n\to\infty}\frac{n^2+2n+9}{5n^3-7n+5}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{n^2}{n^3}+\frac{2n}{n^3}+\frac{9}{n^3}}{\frac{5n^3}{n^3}-\frac{7n}{n^3}+\frac{5}{n^3}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}+\frac{2}{n^2}+\frac{9}{n^3}}{5-\frac{7}{n^2}+\frac{5}{n^3}}=$$

$$=\frac{\frac{1}{\infty}+\frac{2}{\infty}+\frac{9}{\infty}}{5-\frac{7}{\infty}+\frac{5}{\infty}}=\frac{0+0+0}{5-0+0}=\frac{0}{5}=0.$$

2) $$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3n-5}{3n+5}\right)^{-n^2}=\left[1^\infty\right]=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{3n-5}{3n+5}-1\right)^{-n^2}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{-10}{3n+5}\right)^{-n^2}=\lim_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{-10}{3n+5}\right)^{\frac{3n+5}{-10}}\right]^{\frac{-10}{3n+5}\cdot(-n^2)}=$$

$$=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{10n^2}{3n+5}}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\frac{10n^2}{n^2}}{\frac{3n}{n^2}+\frac{5}{n^2}}}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{10}{\frac{3}{n^2}+\frac{5}{n^2}}}=e^{\frac{10}{\frac{3}{\infty}+\frac{5}{\infty}}}=e^{\frac{10}{0}}=e^{\infty}=\infty.$$

3) $$\lim_{x\to1}\left(\frac{2x+1}{5x-2}\right)^{3x-1}=\left(\frac{2\cdot1+1}{5\cdot1-2}\right)^{3\cdot1-1}=1^2=1.$$

4) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5x^2-12x+4}{3x^2+x-14}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=\left|\text{\textit{Разделим числитель и знаменатель на}}\ (x-2)\right|$

$$\begin{array}{r|l} -\begin{array}{l}5x^2-12x+4\\ \underline{5x^2-10x}\end{array} & \dfrac{x-2}{5x-2}\\ \quad -2x+4 & \\ -\underline{\quad -2x+4} & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -\begin{array}{l}3x^2+x-14\\ \underline{3x^2-6x}\end{array} & \dfrac{x-2}{3x+7}\\ -\begin{array}{l}7x-14\\ \underline{7x-14}\end{array} & \\ 0 & \end{array}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(5x-2)}{(x-2)(3x+7)}=\lim_{x\to 2}\frac{5x-2}{3x+7}=\frac{8}{13}.$$

5) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{6-\sqrt{x^2+20}}{3x+12}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{(6-\sqrt{x^2+20})(6+\sqrt{x^2+20})}{(3x+12)(6+\sqrt{x^2+20})}=$

$$=\lim_{x\to -4}\frac{6^2-(\sqrt{x^2+20})^2}{(3x+12)(6+\sqrt{x^2+20})}=\lim_{x\to -4}\frac{36-x^2-20}{(3x+12)(6+\sqrt{x^2+20})}=$$

$$=\lim_{x\to -4}\frac{-(x-4)}{3(6+\sqrt{x^2+20})}=\frac{8}{3\cdot(6+6)}=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}.$$

6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^2(8x)}{x\cdot\sin^2(5x)}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(\dfrac{\arcsin(8x)}{8x}\right)^2\cdot(8x)^2}{x\cdot\left(\dfrac{\sin(5x)}{5x}\right)^2\cdot(5x)^2}=$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1\cdot(8x)^2}{x\cdot 1\cdot(5x)^2}=\lim_{x\to 0}\frac{64x^2}{25x^3}=\lim_{x\to 0}\frac{64}{25x}=\frac{64}{0}=\infty.$$

7) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{arctg(15-5x)}{2x^2+3x-27}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\dfrac{arctg(15-5x)}{(15-5x)}\cdot(15-5x)}{(x-3)(2x+9)}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{-5(x-3)}{(x-3)(2x+9)}=$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{-5}{(2x+9)}=\frac{-5}{2\cdot 3+9}=\frac{-5}{15}=-\frac{1}{3}.$$

8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+15x)}{e^{-3x}-1}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\dfrac{\ln(1+15x)}{15x}\cdot 15x}{\dfrac{e^{-3x}-1}{-3x}\cdot(-3x)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1\cdot 15x}{1\cdot(-3x)}=-5.$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №4

Задание 1. Вычислить предел по правилу Лопиталя: $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{8^{x+6}-8^3}{e^{2x+6}-1}$.

Задание 2. Найти производные следующих функций:

1. $y=\dfrac{8}{x^3}-4\sqrt{x^3}+2x^7$ 2. $y=\dfrac{3\arcsin x-e^x}{5\log_3 x+6x^2}$

3. $y=\ln\cos(2x+5)$ 4. $y=\left(x^3+1\right)^{tgx}$

5. $y=\left(6\ln x-5^x\right)\left(15+7\sin x\right)$

Задание 3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=arcctg6t,\\ y=2t^3-9t^2. \end{cases}$$

Задание 4. Найти интервалы монотонности, экстремум функции:

$$y=x^3-9x^2+15x-3.$$

Решение.

Задание 1.

$$\lim_{x\to -3}\frac{8^{x+6}-8^3}{e^{2x+6}-1}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to -3}\frac{(8^{x+6}-8^3)'}{(e^{2x+6}-1)'}=\lim_{x\to -3}\frac{8^{x+6}\ln 8}{2\cdot e^{2x+6}}=\frac{8^3\ln 8}{2}=256\ln 8.$$

Задание 2.

1) $y=\dfrac{8}{x^3}-4\sqrt{x^3}+2x^7$

$$y'=\left(\frac{8}{x^3}-4\sqrt{x^3}+2x^7\right)'=\left(8x^{-3}-4x^{\frac{3}{2}}+2x^7\right)'=$$

$$=8\cdot(-3)x^{-3-1}-4\cdot\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}-1}+2\cdot 7x^{7-1}=-24x^{-4}-6x^{\frac{1}{2}}+14x^6=\frac{-24}{x^4}-6\sqrt{x}+14x^6.$$

2) $y=\dfrac{3\arcsin x-e^x}{5\log_3 x+6x^2}$.

$$y'=\left(\frac{3\arcsin x-e^x}{5\log_3 x+6x^2}\right)'=\frac{(3\arcsin x-e^x)'(5\log_3 x+6x^2)-(3\arcsin x-e^x)(5\log_3 x+6x^2)'}{(5\log_3 x+6x^2)^2}=$$

$$=\frac{\left(\dfrac{3}{\sqrt{1-x^2}}-e^x\right)(5\log_3 x+6x^2)-(3\arcsin x-e^x)\left(\dfrac{5}{x\ln 3}+12x\right)}{(5\log_3 x+6x^2)^2}$$

3) $y = \ln\cos(2x+5)$.

$$y' = \left(\ln\cos(2x+5)\right)' = \frac{1}{\cos(2x+5)} \cdot \left(\cos(2x+5)\right)' =$$

$$= \frac{1}{\cos(2x+5)} \cdot \sin(2x+5) \cdot \left(2x+5\right)' = 2tg(2x+5).$$

4) $y = \left(x^3+1\right)^{tgx}$

Пролагорифмируем обе части равенства:

$$\ln y = \ln\left(x^3+1\right)^{tgx}; \qquad \ln y = tgx \ln(x^3+1);$$

Продифференцируем обе части равенства:

$$\frac{y'}{y} = \frac{1}{\cos^2 x}\ln(x^3+1) + tgx \cdot \frac{1}{x^3+1} \cdot 3x^2; \qquad y' = y\left(\frac{\ln(x^3+1)}{\cos^2 x} + \frac{3x^2 tgx}{x^3+1}\right);$$

$$y' = \left(x^3+1\right)^{tgx}\left(\frac{\ln(x^3+1)}{\cos^2 x} + \frac{3x^2 tgx}{x^3+1}\right).$$

5) $y = \left(6\ln x - 5^x\right)\left(15 + 7\sin x\right)$

$$y' = \left(\left(6\ln x - 5^x\right)\left(15+7\sin x\right)\right)' =$$

$$= \left(6\ln x - 5^x\right)' \cdot \left(15+7\sin x\right) + \left(15+7\sin x\right)' \cdot \left(6\ln x - 5^x\right) =$$

$$= \left(\frac{5}{x} - 5^x\ln 5\right) \cdot \left(15+7\sin x\right) + 7\cos x \cdot \left(6\ln x - 5^x\right).$$

Задание 3. Найти производую y'_x функции $\begin{cases} x = arcctg6t, \\ y = 2t^3 - 9t^2. \end{cases}$

Вычислим x'_t и y'_t :

$$x'_t = (arcctg6t)' = -\frac{1}{1+(6t)^2} \cdot 6 = \frac{6}{1+36t^2}, \qquad y'_t = 6t^2 - 18t,$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{6t^2 - 18t}{\dfrac{6}{1+36t^2}} = \frac{6(t^2-3t)(1+36t^2)}{6} = (t^2-3t)(1+36t^2).$$

Задание 4. Найти интервалы монотонности, экстремум функции $y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$.

Решение.

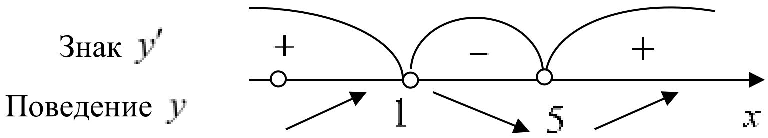
Область определения функции - вся числовая ось.

Найдем интервалы монотонности и экстремумы функции, исследуя первую производную:

$$y'(x) = \left(x^3 - 9x^2 + 15x - 3\right)' = 3x^2 - 18x + 15$$

$$y'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad 3x^2 - 18x + 15 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 6x + 5 = 0,$$

$x = 1,\ x = 5$ – критические точки первого рода.



Таким образом функция возрастает при $x \in (-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$ и убывает при $x \in (1, 5)$.

$x = 1$ – точка максимума, $x = 5$ – точка минимума.

$y_{\max}(1) = 1 - 9 + 15 - 3 = 4, \qquad y_{\min}(5) = 125 - 225 + 75 - 3 = -28.$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Задание 1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = y^2 \cos(x + y)$.

Решение. При нахождении производной по x считаем переменную y постоянной, имеем

$$\frac{\partial z}{\partial x} = (y^2 \cos(x+y))' = y^2(\cos(x+y))' = y^2(-\sin(x+y))(x+y)' = -y^2 \sin(x+y).$$

При нахождении производной по y считаем переменную x постоянной, имеем

$$\frac{\partial z}{\partial y} = (y^2 \cos(x+y))' = \underset{u'}{(y^2)'}\underbrace{\cos(x+y)}_{v} + \underset{u}{y^2}\underbrace{(\cos(x+y))'}_{v'} = 2y\cos(x+y) - y^2 \sin(x+y)$$

Задание 2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 10$.

Решение.

a) Находим частные производные

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x - y + 9; \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = -x + 2y - 6.$$

Приравнивая их к нулю, получим, $2x - y + 9 = 0$, $-x + 2y - 6 = 0$.

b) Решаем систему $\begin{cases} 2x - y = -9, \\ -x + 2y = 6, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -9, \\ -x + 2y = 6, \big| {*2} \end{cases} \begin{cases} 2x - y = -9, \\ -2x + 4y = 12, \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} 2x - y = -9, \\ 3y = 3, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1, \\ x = -4. \end{cases}$$

Следовательно, критическая точка $M(-4;1)$.

c) Находим частные производные второго порядка:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = (2x - y + 9)' = 2, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -1, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = (-x + 2y - 6)' = 2.$$

d) Вычисляем значения этих производных в критической точке:

$M(-4;1)$: $A = 2$; $B = -1$; $C = 2$.

e) Проверяем в каждой точке выполнение достаточного условия

$\Delta = AC - B^2 = 2 \cdot 2 - (-1)^2 = 4 - 1 = 3 > 0$ – экстремум есть, причем $A = 2 > 0$, следовательно, в точке M минимум.

f) Находим экстремальное значение функции

$z_{\min}(-4;1) = (-4)^2 - (-4) \cdot 1 + 1^2 + 9 \cdot (-4) - 6 \cdot 1 + 10 = -11$.

Ответ: $z_{\min}(-4;1) = -11$.

Задание 3. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ от функции $z = x^3 + xy^2 - 5xy^3$.

Решение. Последовательно находим:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = (x^3 + xy^2 - 5xy^3)'_x = 3x^2 + y^2 - 5y^3,$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \left(3x^2 + y^2 - 5y^3\right)'_y = 2y - 15y^2,$$

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} = \left(2y - 15y^2\right)'_y = 2 - 30y.$$

2 СЕМЕСТР

Контрольная работа № 1

Задание 1. Найти интегралы

1. $\int x\sqrt{5-x^2}\,dx$.

2. $\int \frac{xdx}{\sqrt{5-4x}}$

3. $\int \frac{3x^2 + x^5 e^x - 4}{x^5} dx$

4. $\int (3x-2)\cos 2x\, dx$

Решение.

1) $$\int x\sqrt{5-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} d(5-x^2) = -2xdx \\ xdx = -\frac{1}{2} d(5-x^2) \end{array} \right| = -\frac{1}{2}\int \sqrt{5-x^2}\, d(5-x^2) = -\frac{1}{2}\frac{(5-x^2)^{3/2}}{\frac{3}{2}} + C =$$

$$= -\frac{1}{3}\sqrt{\left(5-x^2\right)^3} + C.$$

2) $$\int \frac{x}{\sqrt{5-4x}} dx = \left| \begin{array}{ll} \sqrt{5-4x} = t, & x = \frac{5-t^2}{4} \\ dx = \left(\frac{5-t^2}{4}\right)' dt = -\frac{t}{2} dt & \end{array} \right| = \int \frac{\frac{5-t^2}{4}}{t} \cdot \left(-\frac{t}{2}\right) dt = -\frac{1}{8}\int (5-t^2) dt =$$

$$= -\frac{1}{8}\left(5t - \frac{t^3}{3}\right) + C = \frac{t^3}{24} - \frac{5t}{8} + C.$$

3) $$\int \frac{3x^2 - x^5 e^x - 14}{x^5} dx = \int \left(\frac{3x^2}{x^5} - \frac{x^5 e^x}{x^5} - \frac{14}{x^5} \right) dx = \int \left(3x^{-3} - e^x - 14x^{-5}\right) dx =$$

$$= 3\int x^{-3} dx - \int e^x dx - 14\int x^{-5} dx = 3\frac{x^{-2}}{-2} - e^x - 14\frac{x^{-4}}{-4} + C = -\frac{3}{2x^2} - e^x + \frac{7}{2x^4} + C.$$

4) $$\int (3x-2)\cos 2x dx = \left| \begin{array}{l} u = 3x-2 \;\Rightarrow\; du = (3x-2)' dx = 3dx \\ dv = \cos 2x dx \;\Rightarrow\; v = \int dv = \int \cos 2x dx = \frac{1}{2}\sin 2x \end{array} \right| =$$

$$= \frac{1}{2}(3x-2)\sin 2x - \int \frac{1}{2}\sin 2x \cdot 3dx = \frac{1}{2}(3x-2)\sin 2x - \frac{3}{2}\int \sin 2x dx =$$

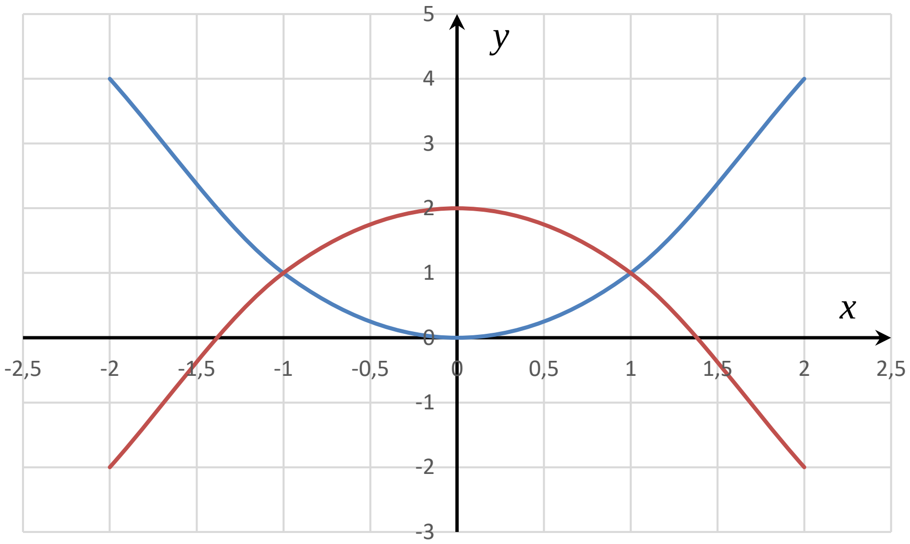
$$= \frac{1}{2}(3x-2)\sin 2x + \frac{3}{4}\cos 2x + C.$$

Задание 2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.

Решение.

Сделаем чертеж. Уравнению $y = x^2$ соответствует парабола с вершиной в точке $O(0;0)$, ветви параболы направлены вверх.

Уравнению $y = 2 - x^2$ соответствует парабола с вершиной в точке $O(0;2)$. Ветви параболы направлены вниз.



Найдем точки пересечения заданных линий

$$\begin{cases} y = x^2, \\ y = 2 - x^2. \end{cases}$$

$x^2 = 2 - x^2$, $2x^2 = 2$, $x^2 = 1$ $\quad x_1 = 1$, $x_2 = -1$.

Согласно формуле $S = \int_a^b \left(f_2(x) - f_1(x) \right) dx$

$$S = \int_{-1}^{1} (2 - x^2 - x^2)dx = \int_{-1}^{1} (2 - 2x^2)dx = \left(2x - \frac{2x^3}{3} \right)\Bigg|_{-1}^{1} = 2 - \frac{2}{3} - \left(2\cdot(-1) - \frac{2\cdot(-1)^3}{3} \right) =$$

$$= 2 - \frac{2}{3} + 2 - \frac{2}{3} = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}.$$

Задание 3. Вычислить длину дуги кривой $y = 1 - \ln(x^2 - 1)$, $\quad 3 \le x \le 4$.

Решение.

Длина дуги вычисляется по формуле $L=\int\limits_{x_1}^{x_2}\sqrt{1+(y')^2}\,dx$. Так как $y'=(1-\ln(x^2-1))'=-\dfrac{2x}{x^2-1}$, то

$$1+(y')^2=1+\left(-\frac{2x}{x^2-1}\right)^2=1+\frac{4x^2}{(x^2-1)^2}=\frac{(x^2-1)^2+4x^2}{(x^2-1)^2}=$$

$$=\frac{x^4-2x^2-1+4x^2}{(x^2-1)^2}=\frac{x^4+2x^2+1}{(x^2-1)^2}=\frac{\left(x^2+1\right)^2}{(x^2-1)^2}$$

$$L=\int\limits_{x_1}^{x_2}\sqrt{1+(y')^2}\,dx=\int\limits_3^4\frac{x^2+1}{x^2-1}dx=\int\limits_3^4\frac{x^2-1+2}{x^2-1}dx=\int\limits_3^4\left(1+\frac{2}{x^2-1}\right)dx=$$

$$=\left(x+2\cdot\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|\right)\Bigg|_3^4=4+\ln\left|\frac{3}{5}\right|-\left(3+\ln\left|\frac{2}{4}\right|\right)=1+\ln\left|\frac{3}{5}\right|-\ln\left|\frac{1}{2}\right|=1+\ln\frac{6}{5}.$$

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой $\begin{cases}x=2(t-\sin t),\\ y=2(1-\cos t),\end{cases}\quad 0\le t\le\pi/2.$

Решение.

Длина дуги вычисляется по формуле $L=\int\limits_0^t\sqrt{\left(x_t'\right)^2+\left(y_t'\right)^2}\,dt$.

Найдем $x_t'=\left(2(t-\sin t)\right)'=2(1-\cos t)$, $y_t'=\left(2(1-\cos t)\right)'=2\sin t$. Тогда

$$\left(x_t'\right)^2+\left(y_t'\right)^2=(2(1-\cos t))^2+(2\sin t)^2=4(1-2\cos t+\cos^2 t+\sin^2 t)=$$

$$=4(2-2\cos t)=8(1-\cos t)=8\cdot 2\sin^2\frac{t}{2}=16\sin^2\frac{t}{2}$$

$$L=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{16\sin^2\frac{t}{2}}\,dt=4\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\frac{t}{2}dt=8\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\frac{t}{2}d\frac{t}{2}=-8\cos\frac{t}{2}\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}}=-8\cos\frac{\pi}{4}+8\cos 0=$$

$$=-8\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+8=8-4\sqrt{2}.$$

Задание 5. Задана функция предельного дохода $R'(x)=20-0{,}04x$. Найти функцию дохода.

Решение.

$$R(x)=\int(20-0{,}04x)dx=20x-0{,}04\frac{x^2}{2}+C=20x-0{,}02x^2+C,$$

так как $R(0)=0$, то $C=0$.

Следовательно, $R(x)=20x-0{,}02x^2$.

Контрольная работа №2

Задание 1. Вероятность того, что телефон потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,6. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 100 телефонов потребует ремонта 70 телефонов.

Решение.

По условию речь в задаче ведется о повторных независимых испытаниях с постоянной вероятность. Учитывая, что количество испытаний велико, то используем локальную формулу Муавра-Лапласа.

Вычислим $x=\dfrac{k-np}{\sqrt{npq}}=\dfrac{70-100\cdot 0,6}{\sqrt{100\cdot 0,6\cdot 0,4}}=2,04$. По таблице значений функций Гаусса находим $\varphi\left(2,04\right)=0,0498$. Таким образом по формуле Муавра-Лапласа, $P_{100}(70)=\dfrac{0,0498}{\sqrt{100\cdot 0,6\cdot 0,4}}=\dfrac{0,0498}{\sqrt{24}}\approx 0,01$.

Задание 2. Кандидат в депутаты во время выступления на публике с вероятностью 0,4 шутит и рассказывает анекдоты, с вероятностью 0,5 приводит примеры из жизни. Какова вероятность того, что на очередной встрече он использует хотя бы один риторический прием?

Решение.

Введем события *A*=*{*кандидат в депутаты шутит и рассказывает анекдоты*};*

B=*{*кандидат в депутаты приводит примеры из жизни*}*.

C=*{*кандидат использует хотя бы один прием*};*

C=*A*+*B*

$P(C)=1-P(\overline{A}\cdot)P(\overline{B})=1-0,6\cdot 0,5=1-0,3=0,7$.

Задание 3. Сколько существует трехзначных чисел, у которых все цифры четные?

Решение. При решении задачи используем принцип умножения. При выборе цифры на позицию сотен можно выбирать 4 способами из цифр 2, 4, 6, 8. При выборе цифр на позицию десятков и единиц существует 5 способов, так как можно выбирать из цифр 0, 2, 4, 6, 8. Согласно принципу умножения $4\cdot 5\cdot 5=100$. Таким образом, существует 100 трехзначных чисел, у которых все цифры четные.

Задание 4. Два снайпера делают по одному выстрелу по мишени. Известно, что из десяти выстрелов первый попадает шесть раз, второй - девять. Найти вероятность того, что цель будет поражена.

Решение.

Введем события *A*=*{*попадает первый снайпер*}* $P(A)=\dfrac{6}{10}$

B=*{* попадает второй снайпер*}* $P(B)=\dfrac{9}{10}$

C=*{*цель поражена*};*

C=*A*+*B*

$$P(C)=1-P(\overline{A}\cdot)P(\overline{B})=1-(1-P(A))(1-P(B))=1-(1-0,6)(1-0,9)=1-0,04=0,96$$

Задание 5. Из букв слова ПОБЕДА, составленного с помощью разрезной азбуки, наудачу последовательно извлекают четыре буквы. Какова вероятность того, что получится слово ОБЕД.

Решение.

Введем события *A={*получится слово ОБЕД*}; A_1={*первой будет буква О*}; A_2={*второй будет буква Б*}; A3={*третьей будет буква Е*}; A_4={*четвертой будет буква Д*}.*

Событие *A* произойдет при наступлении одновременно четырех событий A_1 A_2 A_3 A_4. Вероятность события *A* находим по теореме умножения. Так как события A_1 A_2 A_3 A_4 зависимы, то используем теорему умножения для зависимых событий

$$P(A)=P(A_1)P_{A_1}(A_2)P_{A_1A_2}(A_2)P_{A_1A_2A_3}(A_4)=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{360}.$$

Задание 6. На полке в произвольном порядке расставлены 3 книги по теории вероятностей, 2 книги по математическому анализу и 4 книги по линейной алгебре. Студент наугад достает 1 книгу. Какова вероятность, что она по теории вероятностей или по математическому анализу?

Решение.

Введем события *A={*книга по теории вероятностей*}* $P(A)=\frac{3}{9}$;

B={ книга по математическому анализу*}* $P(B)=\frac{2}{9}$;

*C={*книга по теории вероятностей или по математическому анализу*};*

C=A+B.

Применяем теорему сложения для несовместных событий. Имеем: $P(C)=P(A)+P(B)=\frac{3}{9}+\frac{2}{9}=\frac{5}{9}$.

Задание 7. Уставший пассажир набирает четырехзначный код камеры хранения на вокзале. Какова вероятность того, что пассажир откроет камеру, если он помнит лишь, что его код не содержит цифр 1, 2, 3?

Решение.

События *A={*пассажир откроет камеру*}*. Для нахождения вероятности используем классическую формулу $P(A)=\frac{m}{n}$. Так как $m=1$, $n=7^4$, то $P(A)=\frac{1}{7^4}$.

Задание 8. Имеются два ящика с красными и синими шарами: в первом 3 синих и 5 красных, во втором 7 синих и 11 красных. Из наудачу выбранного ящика извлекли шар. Найти вероятность того, что шар синий.

Решение.

События A={шар синий}.

Выдвинем гипотезы:

H_1={выбран первый ящик}; H_2={выбран второй ящик}.

$P(H_1) = P(H_2) = \dfrac{1}{2}$.

Находим условные вероятности $P_{H_1}(A) = \dfrac{3}{8}$, $P_{H_2}(A) = \dfrac{7}{18}$.

Применяем формулу полной вероятности

$$P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{8} + \frac{1}{2}\cdot\frac{7}{18} = \frac{220}{576}.$$

Задание 9. После урагана телефонная связь между пунктами A и B, расстояние между которыми 10 км, нарушилась. Найти вероятность того, что разрыв произошел между точками C, отстоящими от A на 5 км, и D, отстоящей от A на 8 км.

Решение.

События A={разрыв произошел между точками C и D}. Для нахождения вероятности используем геометрическое определение вероятности $P(A) = \dfrac{l_{CD}}{L_{AB}} = \dfrac{3}{10}$.

Задание 10. Студенты второго курса изучают 10 дисциплин. В расписание занятий каждый день включается по четыре предмета. Сколькими способами может быть составлено расписание занятий на каждый день?

Решение.

Так как дисциплины разные и их порядок важен для выборки, то используем для вычисления количества способов формулу размещений $A_m^n = \dfrac{m!}{(n-m)!}$. Имеем: $A_{10}^4 = \dfrac{10!}{(10-4)!} = \dfrac{10!}{6!} = 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10 = 5040$.

Контрольная работа №3

Задание 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 5X - 2Y$, если известны: $M(X) = 3,\quad M(Y) = 6,\quad D(X) = 3,\quad D(Y) = 4$.

Решение.

$$M(Z) = M(5X - 2Y) = M(5X) - M(2Y) = 5M(X) - 2M(Y) = 5\cdot 3 - 2\cdot 6 = 3,$$

$$D(Z) = D(5X - 2Y) = D(5X) + D(2Y) = 25D(X) + 4D(Y) = 25\cdot 3 + 4\cdot 4 = 91.$$

Задание 2. Производится ряд выстрелов по мишени с вероятностью попадания 0,7 при каждом выстреле; стрельба ведется до первого попадания в мишень, но не свыше 3 выстрелов. Составить закон распределения числа произведенных выстрелов.

Решение.

Пусть X – дискретная случайная величина, равная числу выстрелов. Она может принимать значения 1, 2, 3.

Найдем соответствующие вероятности.

Получаем:

$P(X=1)=0,7$;

$P(X=2)=0,3\cdot 0,7=0,21$;

$P(X=3)=0,3\cdot 0,3\cdot 0,7+0,3\cdot 0,3\cdot 0,3=0,09$.

Таким образом, закон распределения случайной величины X имеет вид:

x_i	1	2	3
p_i	0,7	0,21	0,09

Расчеты произведены правильно, так как сумма $\sum p_i=1$.

Задание 3. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	2	3	5
p_i	0,2	p_2	0,2

Найти $p_2, M(X), D(X)$.

Решение.

Сначала найдем p_2 из условия $\sum p_i=1$.

$0,2+p_2+0,2=1$; $p_2=0,6$.

Математическое ожидание вычислим по формуле $M(X)=\sum x_i p_i$:

$M(X)=2\cdot 0,2+3\cdot 0,6+5\cdot 0,2=3,2$.

Дисперсию можно вычислить исходя из ее определения, но удобнее воспользоваться формулой $D(X)=M(X^2)-\left[M(X)\right]^2$.

Найдем математическое ожидание X^2:

$M(X^2)=2^2\cdot 0,2+3^2\cdot 0,6+5^2\cdot 0,2=11,2$.

Найдем искомую дисперсию

$D(X)=M(X^2)-\left[M(X)\right]^2=11,2-3,2^2=0,96$.

Задание 4. Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2,\\ \dfrac{x^2-4}{a}, & 2<x\le 3,\\ 1, & x>3.\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение из интервала $(2{,}5;3)$; 4) найти математическое ожидание и дисперсию.

Решение.

1) Найдем параметр a из условия непрерывности функции распределения

$$\lim_{x\to 3-0}\left(\frac{x^2-4}{a}\right)=\frac{5}{a},\ \lim_{x\to 3+0}1=1$$

Получаем:

$\frac{5}{a}=1$, откуда $a=5$.

Тогда $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 2, \\ \frac{x^2-4}{5}, & 2<x\le 3, \\ 1, & x>3. \end{cases}$

2) Найдем функцию $f(x)$ по формуле $f(x)=F'(x)$. Имеем:

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x\le 2, \\ \frac{2x}{5}, & 2<x\le 3, \\ 0, & x>3. \end{cases}$$

3) Вычислим вероятность того, что величина примет значение из интервала $(2{,}5;3)$ по формуле $P(2{,}5< X <3)=F(3)-F(2{,}5)=1-\frac{2{,}5^2-4}{5}=0{,}55$.

4) Найдем математическое ожидание и дисперсию:

$$M(X)=\int_2^3 x\cdot f(x)dx=\frac{1}{2}\int_2^3 x\cdot\frac{2x}{5}dx=\frac{2}{5}\int_2^3 x^2dx=\frac{2}{5}\left(\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_2^3=\frac{2}{5}\left(\frac{27}{3}-\frac{8}{3}\right)=\frac{38}{15}.$$

$$D(X)=\int_2^3 x^2\cdot f(x)dx-M^2(X)=\int_2^3 x^2\cdot\frac{2x}{5}dx-\left(\frac{38}{15}\right)^2=\frac{2}{5}\int_2^3 x^3dx-\left(\frac{38}{5}\right)^2=$$

$$=\frac{2}{5}\cdot\frac{x^4}{4}\Bigg|_2^3-\frac{1444}{225}=\frac{2}{5}\left(\frac{3^4}{4}-\frac{2^4}{4}\right)-\frac{1444}{225}=\frac{13}{2}-\frac{1444}{225}=\frac{37}{450}.$$

Контрольная работа №4

Задание 1. Выборочное исследование длительности горения ламп дало следующие результаты:

Интервалы	0-400	400-800	800 - 1200	1200 - 1600	1600 – 2000	2000 – 2400	2400 - 2800
Частота	121	95	76	56	45	36	21

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Решение.

Вычислим выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесс. В качестве вариант x_i возьмем середины интервалов.

Вспомогательные расчеты сведены в таблицу.

интервалы	n_i	x_i	$x_i n_i$	$x_i^2 n_i$
0-400	121	200	24200	4840000
400-800	95	600	57000	34200000
800-1200	76	1000	76000	76000000
1200-1600	56	1400	78400	109760000
1600-2000	45	1800	81000	145800000
2000-2400	36	2200	79200	174240000
2400-2800	21	2400	50400	120960000
$\sum$	**450**		**446200**	**665800000**

Далее, используя таблицу, найдем:

$$\bar{x}_в = \frac{\sum x_i n_i}{n} = \frac{446200}{450} = 991,56, \qquad \overline{x^2} = \frac{\sum x_i^2 n_i}{n} = \frac{665800000}{450} = 1479555,6;$$

$$D = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 496373,14; \quad \sigma_в = \sqrt{D_в} = \sqrt{496373,14} = 704,56.$$

Коэффициент вариации $V = \dfrac{\sigma_в}{\bar{x}_в} \cdot 100\% = \dfrac{704,56}{991,56} \cdot 100\% = 71,05\%$.

Рассчитаем моду и медиану. Распределение задано интервальным рядом. Наибольшая частота $n_1 = 121$ отвечает интервалу 0-400, следовательно, этот интервал является модальным. Поэтому по формуле

$$Mo \approx x_{Mo} + \Delta x \cdot \frac{n_{Mo} - n_{Mo-1}}{\left(n_{Mo} - n_{Mo-1}\right) + \left(n_{Mo} - n_{Mo+1}\right)}),$$

в которой $x_{Mo} = 0$ - начало модального интервала; $n_{Mo} = 121$ – частота модального интервала; $n_{Mo-1} = 0$ – частота интервала, стоящего перед модальным; $n_{Mo+1} = 95$ – частота интервала, стоящего после модального, получим $Mo \approx 0 + 400\dfrac{121-0}{(121-0)+(121-95)} \approx 329,25$.

Для нахождения медианы по формуле $Me \approx x_{Me} + \Delta x \cdot \dfrac{n/2 - \left(n_x\right)_{Me-1}}{n_{Me}}$ нужно определить медианный интервал. Объем ряда $n = \sum n_i = 121 + 95 + 76 + 56 + 45 + 36 + 21 = 450$, тогда $n/2 = 225$. Находим накопленную частоту и внесем в таблицу

Интервалы	0-400	400-800	800 - 1200	1200 - 1600	1600 – 2000	2000 – 2400	2400 - 2800
Частота	121	95	76	56	45	36	21
n_x	121	216	292	348	393	429	450

Среди накопленных частот находим число 225. Такого числа нет, поэтому берем первое, большее 225 значение. Это будет 292. Интервал 800-1200, ему соответствующий, и будет медианным. Следовательно, $x_{Me} = 800$ – начало медианного интервала; $n_{Me} = 76$ – частота медианного интервала; $(n_x)_{Me-1} = 216$ – накопленная частота интервала, стоящего перед медианным. Подставим найденные значения в формулу, получим

$$Me \approx 800 + 400\frac{450/2 - 216}{76} \approx 847{,}368.$$

Задание 2. В итоге 5 измерений получены следующие положительные отклонения от номинального размера у партии деталей (в мм): 17, 8, 23, 9, 23. Найти несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Решение. Несмещенной точечной оценкой генеральной средней является выборочная средняя, следовательно, $\bar{x}_в = \frac{17+8+23+9+23}{5} = \frac{80}{5} = 16.$

Несмещенной точечной оценкой генеральной дисперсии является исправленная выборочная дисперсия:

$$s_в^2 = \frac{n}{n-1}D_в = \frac{n}{n-1}\left[\overline{x_в^2} - (\bar{x}_в)^2\right] = \frac{5}{4}\cdot\left[\frac{17^2 + 8^2 + 23^2 + 9^2 + 23^2}{5} - 16^2\right] = 53.$$

По определению мода – наиболее часто встречающееся значение. Следовательно, $M_o = 23$.

Медиана – значение, делящее вариационный ряд на две равные по объему части. Вариационный ряд необходимо упорядочить. Имеем 8, 9, 17, 23, 23. В центре ряда находится значение 17. Следовательно, $M_e = 17$.

Задание 3. По данным таблицы, требуется

1) Построить полигон распределения

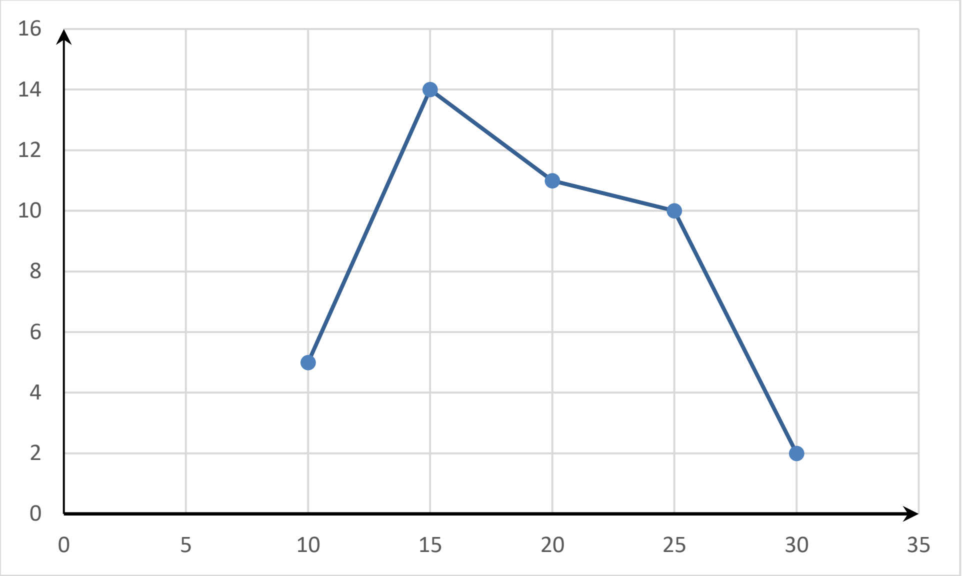
2) Вычислить выборочную среднюю, дисперсию, моду, медиану.

3) Построить эмпирическую функцию распределения.

X_i	10	15	20	25	30
n_i	5	14	11	10	2

Решение.

1) Полигон распределения:



2) $\bar{x}_в = \dfrac{\sum x_i n_i}{n} = \dfrac{10\cdot 5 + 15\cdot 14 + 20\cdot 11 + 25\cdot 10 + 30\cdot 2}{5+14+11+10+2} = \dfrac{790}{42} = 18{,}81$,

$\overline{x^2} = \dfrac{\sum x_i^2 n_i}{n} = \dfrac{10^2\cdot 5 + 15^2\cdot 14 + 20^2\cdot 11 + 25^2\cdot 10 + 30^2\cdot 2}{5+14+11+10+2} = \dfrac{16100}{42} = 383{,}33$,

$D = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 29{,}5139$.

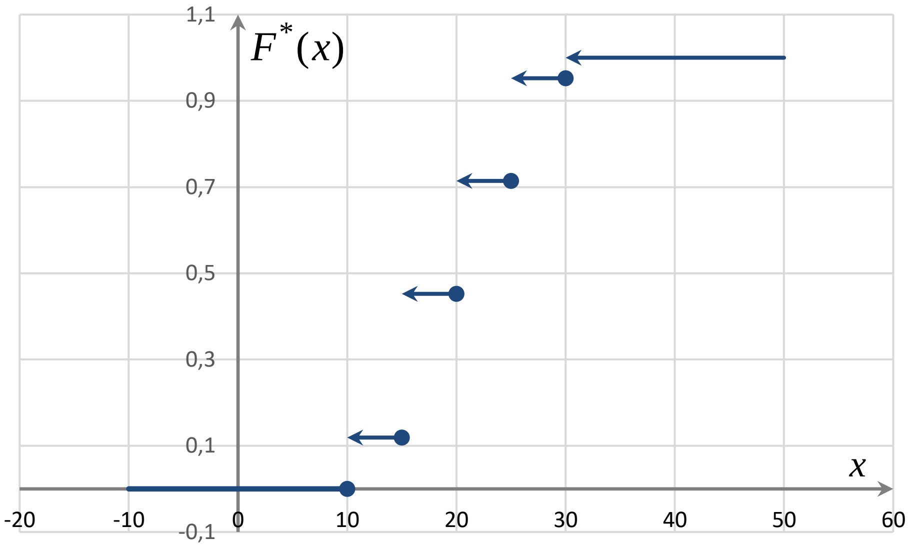
По определению мода – наиболее часто встречающееся значение. Так как наибольшая частота равная 14 соответствует значению 15, то $M_o = 15$.

Для нахождения медианы находим накопленную частоту

X_i	10	15	20	25	30
n_i	5	14	11	10	2
n_x	5	19	30	40	42

Так как $\dfrac{n}{2} = 21$, то среди накопленных частот находим 21, так как этого значения нет, то берем следующее большее значение, в данном случае – 30. Значение, соответствующее данному значению, является медианой, следовательно $M_e = 20$.

3) $$F^*(x)=\frac{n_x}{x}=\begin{cases}0, & при \quad x\le 10,\\ \frac{5}{42}, & при \quad 10<x\le 15,\\ \frac{19}{42}, & при \quad 15<x\le 20,\\ \frac{30}{42}, & при \quad 20<x\le 25,\\ \frac{40}{42}, & при \quad 25<x\le 30,\\ 1, & при \quad x>30.\end{cases}$$



Задание 4. С помощью случайной выборки оценивается среднее время ежедневного просмотра телепередач абонентами кабельного телевидения в период с 18 до 22 ч. Каким должен быть объем выборки в этом случае, если в предыдущих выборочных исследованиях стандартное отклонение времени просмотра передач составило 40 мин, а отклонение выборочной средней от генеральной средней по абсолютной величине не должно превышать 5 мин с вероятностью 0,99?

Решение. Из интервальной оценки для математического ожидания при известном генеральном средне квадратическом отклонении имеем: $n=\left(\frac{t\cdot\sigma}{\varepsilon}\right)^2$. Параметр t находим из условия $2\Phi(t)=\gamma$. Имеем: $\Phi(t)=\frac{\gamma}{2}=\frac{0,99}{2}=0,495$. По таблице имеем: $t=2,58$. Тогда $n=\left(\frac{2,58\cdot 40}{5}\right)^2=20,64^2=426,0096$. Округляя до большего натурального числа, имеем $n=427$.

Задание 5. Страховая компания оценивает среднюю сумму исков, предъявленных больными за врачебные ошибки. Компания осуществила случайную выборку 165 исков и нашла $\bar{x} = 16,53$ и $s = 5,542$. Постройте 99% - ный доверительный интервал для средней суммы исков.

Решение. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном σ имеет вид

$$\bar{x}_в - t_\gamma \frac{s_в}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_в + t_\gamma \frac{s_в}{\sqrt{n}},$$

по условию $\bar{x}_в = 16,53$, $s_в = 5,542$.

Для уровня значимости $\gamma = 0,99$ и объема выборки $n = 165$ находим по таблице значение $t_\gamma = 1,96$.

$$16,53 - 1,96\frac{5,542}{\sqrt{165}} < a < 16,53 + 1,96\frac{5,542}{\sqrt{165}};$$

$$15,68 < a < 17,38.$$

Контрольная работа №5

Задание 1. Используя критерий χ^2, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	58	96	239	328	147	132
Теоретическая частота n_i'	43	120	245	290	200	102

Решение.

Вычислим наблюдаемое значение критерия Пирсона, составим для этого расчетную таблицу:

№	n_i	n_i'	$n_i - n_i'$	$(n_i - n_i')^2$	$\frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}$
1	58	43	15	225	5,23
2	96	120	-24	576	4,8
3	239	245	-6	36	0,15
4	328	290	38	1444	4,98
5	147	200	-53	2809	14,05
6	132	102	30	900	8,82
Сумма	***100***	***100***			$\chi^2_{набл} \approx 38$

Находим число степеней свободы: по выборке рассчитаны два параметра, значит, $r = 2$. Количество интервалов $m = 6$. Следовательно, $k = 6 - 2 - 1 = 3$. Зная, что $\alpha = 0,05$ и $k = 3$, по таблице критических точек распределения хи-квадрат находим $\chi^2_{крит}(\alpha;k)=\chi^2_{крит}(0,05;3)=7,8$. Итак, $\chi^2_{набл}>\chi^2_{крит}$, следовательно, гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности отклоняется.

Задание 2. Группу учеников ранжировали в соответствии с их способностями, обнаруженными на уроках музыки и математики.

Ученики	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Математика	7	4	3	10	6	2	9	8	1	5
музыка	5	7	3	10	1	9	6	2	8	4

Оцените зависимость между музыкальными и математическими способностями используя коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла.

Решение.

а) Для расчета коэффициента Спирмена составим расчетную таблицу, в которую поместим разности рангов и их квадраты

r_i	7	4	3	10	6	2	9	8	1	5	*Всего*
s_i	5	7	3	10	1	9	6	2	8	4	
r_i-s_i	2	-3	0	0	5	-7	3	6	-7	1	
$(r_i-s_i)^2$	4	9	0	0	25	49	9	36	49	1	**182**

Вычислим коэффициент Спирмена

$$\rho=1-\frac{6\sum_{i=1}^{n}(r_i-s_i)^2}{n^3-n}=1-\frac{6\cdot 182}{10^3-10}\approx -0,103.$$

Таким образом, связь между способностями учеников по математике и музыке обратная. Оценивая силу связи по шкале Чеддока, сделаем вывод, что связь слабая.

б) Для расчета коэффициента Кендалла необходимо упорядочить по возрастанию результаты учеников по математике, получим таблицу:

Ученики	IX	VI	III	II	X	V	I	VIII	VII	IV
Математика	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
музыка	8	9	3	7	4	1	5	2	6	10

Найдем число инверсий R для каждого значения и внесем значения в таблицу. Так как, правее первого значения $s_1=8$ два значения больше 8, то $R_1=2$, для значения $s_2=9$ число инверсий равно 1, так как правее данного значения расположено только одно значение большее 9 и т.д.

r_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
s_i	8	9	3	7	4	1	5	2	6	10	
Число инверсий R_i	2	1	5	1	3	4	2	2	1	0	*R=21*

Найдем коэффициент ранговой корреляции Кендалла

$$\tau_{в} = \frac{4R}{n(n-1)} - 1 = \frac{4 \cdot 21}{10 \cdot 9} - 1 \approx -0,07.$$

Связь между способностями математике и музыке обратная, практически отсутствует.

Задание 3. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X и выборочный коэффициент корреляции

x	1	2	3	4	5
y	3,4	4,4	2,9	0,9	1,4

Оценить тесноту связи и проверить значимость коэффициента корреляции. Сделать прогноз при *x*=6

Решение.

Уравнение линейной регрессии ищем в виде: $y = kx + b$. Параметры *k*, b уравнения регрессии находим методом наименьших квадратов, путем составления и решения системы нормальных уравнений

$$\begin{cases} k\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i, \\ k\sum_{i=1}^{n} x_i + nb = \sum_{i=1}^{n} y_i. \end{cases}$$

Все расчеты приведены во вспомогательной таблице

№ п/п	x	y	x^2	y^2	xy
1	1	3,4	1	11,56	3,4
2	2	4,4	4	19,36	8,8
3	3	2,9	9	8,41	8,7
4	4	0,9	16	0,81	3,6
5	5	1,4	25	1,96	7
$\sum$	15	13	55	42,1	31,5

Подставляя полученные суммы в систему нормальных уравнений, учитывая, что $n = 5$, получим:

$$\begin{cases} 55k + 15b = 31,5, \\ 15k + 5b = 13. \end{cases}$$

Решаем систему методом Крамера.

Составим основной определитель системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 55 & 15 \\ 15 & 5 \end{vmatrix} = 55 \cdot 5 - 15 \cdot 15 = 275 - 225 = 50,$$

$$\Delta_k = \begin{vmatrix} 31,5 & 15 \\ 13 & 5 \end{vmatrix} = 31,5 \cdot 5 - 13 \cdot 15 = 275 - 225 = -37,5,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 55 & 31,5 \\ 15 & 13 \end{vmatrix} = 55 \cdot 13 - 15 \cdot 31,5 = 715 - 472,5 = 242,5.$$

По формулам Крамера получим $k = \dfrac{\Delta_k}{\Delta} = \dfrac{-37,5}{50} = -0,75$, $b = \dfrac{\Delta_b}{\Delta} = \dfrac{242,5}{50} = 4,85$.

Таким образом, уравнение регрессии имеет вид:

$$\overline{y}_x = -0,75x + 4,85.$$

При линейной зависимости, степень тесноты связи между переменными X и Y определяется с помощью коэффициента корреляции:

$$r_в = \frac{\overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Подставляя данные из расчетной таблицы и учитывая, что

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \overline{x}^2} = \sqrt{\frac{55}{5} - \left(\frac{15}{5}\right)^2} \approx 1,41,\ \sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - \overline{y}^2} = \sqrt{\frac{42,1}{5} - \left(\frac{13}{5}\right)^2} \approx 1,29,$$

получим:

$$r_в = \frac{\dfrac{31,5}{5} - \dfrac{15}{5} \cdot \dfrac{13}{5}}{1,41 \cdot 1,29} = \frac{-1,5}{1,8189} = -0,82.$$

Так как $r_в < 0$, то между признаками X и Y связь обратная. Согласно шкале Чеддока эта связь высокая.

Так как исходные данные являются выборочными, то необходимо оценить существенность и значимость величины коэффициента корреляции. Выдвигаем нулевую гипотезу: коэффициент корреляции в генеральной совокупности равен нулю, и изучаемый фактор не оказывает существенного влияния на результативный признак. $H_0 : r_Г = 0$, при $H_1 : r_Г \neq 0$.

Для проверки нулевой гипотеза найдем наблюдаемое значение критерия $T_{набл} = \frac{r_в \sqrt{n - 2}}{\sqrt{1 - r_в^2}} = \frac{-0,82\sqrt{5}}{\sqrt{1-(-0,82)^2}} = \frac{-1,83}{0,57} \approx -3,2$. Критическое значение находим по таблице критических точек распределения Стьюдента по заданному уровню значимости $\alpha = 0,05$ и числу степеней свободы $k = n - 2 = 5 - 2 = 3$ для двусторонней критической области, получим $t_{кр}(0,05;3) = 3,18$. Так как $|T_{набл}| > t_{кр}$, то нулевую гипотезу отвергаем. Другими словами коэффициент корреляции существенно отличен от нуля в генеральной совокупности.

Для прогноза подставим значение $x = 6$ в уравнение регрессии $\overline{y}_x = -0,75x + 4,85$. Имеем: $\overline{y}_{x=6} = -0,75 \cdot 6 + 4,85 = 0,35$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 5. Образцы КОПТ

Образец контрольно-обучающей программы по разделу «Пределы»

Задание №1										
Найти предел $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+1}-x)$										
Выберите один из 4 вариантов ответа:										
1)	2		2)	0		3)	∞		4)	-1

Задание №2										
Найти предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{9+12x^2}-3}{2x^2}$										
Выберите один из 4 вариантов ответа:										
1)	2		2)	1		3)	∞		4)	$1/6$

Задание №3										
Найти предел $A=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+2}\right)^{(x+2)}$. В ответе указать значение $\ln A$										
Выберите один из 4 вариантов ответа:										
1)	4		2)	3		3)	$-1/3$		4)	-3

Задание №4										
Найти предел $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{27x^3-x^2-1}}{3\sqrt{x^2-4}}$										
Выберите один из 4 вариантов ответа:										
1)	3		2)	0		3)	∞		4)	1

Задание №5										
Найти предел $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x^2-7x-4}{-2x^2+13x-20}$										
Выберите один из 4 вариантов ответа:										
1)	4		2)	1		3)	-3		4)	3

Задание №6										
Найти предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4(1-\cos 3x)}{x\sin 18x}$										
Выберите один из 4 вариантов ответа:										
1)	1		2)	$9/4$		3)	0		4)	-1

ПРИЛОЖЕНИЕ 5. Образцы КОПТ

Образец контрольно-обучающей программы по разделу «Производные»

Задание №1			
Найти производную y' функции $y=\sqrt[3]{(4+5x)^2}$.			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$y'=\dfrac{2}{\sqrt[3]{4+5x}}$	3)	$y'=\dfrac{2}{3\sqrt[3]{4+5x}}$
2)	$y'=\dfrac{10}{3\sqrt[3]{4+5x}}$	4)	$y'=\dfrac{1}{3\sqrt[3]{(25x^2+40x+16)^2}}$

Задание №2			
Найти производную y' функции $y=\arcsin e^{x^2}$.			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$y'=\dfrac{1}{\sqrt{1-e^{2x^2}}}$	3)	$y'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-e^{2x^2}}}$
2)	$y'=\dfrac{2xe^{x^2}}{\sqrt{1-e^{2x^2}}}$	4)	$y'=\dfrac{e^{x^2}}{\sqrt{1-e^{2x^2}}}$

Задание №3			
Найти производную y' функции, заданной неявно $5x^2+3xy-2y^2+3=0$.			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$y'=\dfrac{10x+3y}{4y-3x}$	3)	$y'=\dfrac{3x-4y}{3y+10x}$

2)	$y' = \dfrac{5x+3}{4y-x}$	4)	$y' = \dfrac{3x-4y}{3y-10x}$

Задание №4			
Найти производную y' функции $y = \left(\ln\sin(x^3+1)\right)^2$.			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$y' = 2\ln\sin(x^3+1)$	3)	$y' = \dfrac{2\ln\sin(x^3+1)}{\sin(x^3+1)}\cos(x^3+1)$
2)	$y' = \dfrac{2\ln\sin(x^3+1)}{\sin(x^3+1)}$	4)	$y' = \dfrac{2\ln\sin(x^3+1)}{\sin(x^3+1)}\cdot\cos(x^3+1)\cdot 3x^2$
Задание №5			
Найти производную y' функции $y = (\sin 3x)^x$.			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$y' = x(\sin 3x)^{x-1}\cos 3x \cdot 3$	3)	$y' = (\sin 3x)^x \ln\sin 3x$
2)	$y' = (\sin 3x)^x(\ln\sin 3x + 3xctg3$	4)	$y' = (\sin 3x)^x(\ln\sin 3x + xtg3x)$

Задание №6			
Найти производную y'' функции $y = (x^3 + x)\ln x$.			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$y'' = 6x\ln x$	3)	$y'' = -\dfrac{6}{x}$
2)	$y'' = 6x\ln x + 5x + \dfrac{1}{x}$	4)	$y'' = (6x + 2x^2)\ln x$

ПРИЛОЖЕНИЕ 5. Образцы КОПТ

Задание №7			
Найти производную y'_x функции, заданной параметрически $\begin{cases} x = \dfrac{1}{t}, \\ y = arctgt. \end{cases}$			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$y'_x = \dfrac{1}{(1+t^2)t^2}$	3)	$y'_x = -\dfrac{t^2}{1+t^2}$
2)	$y'_x = -\dfrac{1+t^2}{t^2}$	4)	$y'_x = \dfrac{t^4}{1+t^2}$

Задание №8			
Найти производную y' функции $y = tg^4(x^2+1)$.			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$y' = 4tg^3(x^2+1)$	3)	$y' = \dfrac{4tg^3(x^2+1)}{\cos^2(x^2+1)}$
2)	$y' = \dfrac{8xtg^3(x^2+1)}{\cos^2(x^2+1)}$	4)	$y' = \dfrac{1}{\cos^2(x^2+1)}$

Образец контрольно-обучающей программы по разделу «Функции нескольких перемнных»

Задание №1
Найти область определения функции $z = \dfrac{x}{\sqrt{\ln(y-x^2)}}$
Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$y^2 > x$; $x > 0$;	3)	$x > 0$; $y \geq x^2$;
2)	$x^2 < y - 1$;	4)	$x^2 < 1 + y$.

Задание №2
Дана функция $z = \ln\left(x^2 + y^2\right)$. Чему равно выражение $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$ в точке $(1,1)$?
Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	2;	2)	1;	3)	3;	4)	$\ln 2$.

Задание №3
Исследовать на экстремум функцию: $z = x^3 - 15xy + y^3$
Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$z_{\min}(5;5) = -125$;	3)	экстремума нет, т. к. $D < 0$;
2)	$D = 0$;	4)	$z_{\min}(5;5) = -125$, $z_{\max}(0;0) = 0$.

Задание №4
Найти $\frac{dy}{dx}$ для функции, заданной неявно $1 + xy - \ln\left(e^{xy} + e^{-xy}\right) = 0$
Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	x / y;	3)	$-y / x$;
2)	$\frac{2ye^{xy}}{e^{xy} - e^{-xy}}$;	4)	$\frac{2xe^{-xy}}{e^{xy} - e^{-xy}}$.

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации студентов по дисциплине «Высшая математика»

Технологическая карта дисциплины

Дисциплина: Высшая математика
Укрупненная группа направлений "Экономика и управление"
курс/семестр 1/1
количество кредитов (ЗЕ) : 5
отчетность Зачетно-экзаменационная ведомость (зачет)

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Линейная и векторная алгебра	Текущий контроль	Типовой расчет	3	5	7
	Рубежный контроль	Контрольная работа	4	6	
Модуль 2					
Аналитическая геометрия	Текущий контроль	Типовой расчет	3	5	10
	Рубежный контроль	Контрольная работа	3	6	
Модуль 3					
Предел функций	Текущий контроль	Типовой расчет	3	5	13
	Рубежный контроль	Контрольная работа	3	6	
Модуль 4					
Производные функции. Применение производной	Текущий контроль	Типовой расчет	3	5	16
	Рубежный контроль	Контрольная работа	3	6	
Модуль 5					
Функции нескольких переменных	Текущий контроль	Типовой расчет, ДЗ, активность, посещаемость	12	20	18
	Рубежный контроль	Контрольная работа	3	6	
ВСЕГО за семестр			40	70	
Промежуточный контроль (Зачет)		Письменная работа, включающая теоретические вопросы и практические задачи	20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

Технологическая карта дисциплины

Дисциплина: Высшая математика
Укрупненная группа направлений "Экономика и управление"
курс/семестр 1/2
количество кредитов (ЗЕ) : 5
отчетность Зачетно-экзаменационная ведомость (экзамен)

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Интегральное исчисление.	Текущий контроль	Защита типового расчета №1	4	7	28
	Рубежный контроль	Контрольная работа №1	4	7	
Модуль 2					
Случайные события	Текущий контроль	Защита типового расчета №2	4	7	33
	Рубежный контроль	Контрольная работа №2	3	5	
Модуль 3					
Случайные величины	Текущий контроль	Защита типового расчета №3	3	5	36
	Рубежный контроль	Контрольная работа №3	3	6	
Модуль 4					
Математическая статистика. Выборочный метод	Текущий контроль	Защита типового расчета №4	3	5	38
	Рубежный контроль	Контрольная работа №4	3	6	
Модуль 5					
Критерий согласия Пирсона. Элементы теории корреляции и регрессии	Текущий контроль	Защита типового расчета №5, ДЗ, активность посещаемость	10	16	40
	Рубежный контроль	Контрольная работа №5	3	6	
ВСЕГО за семестр			40	70	
Промежуточный контроль (Экзамен)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

ПРИЛОЖЕНИЕ № 5

ОБРАЗЦЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ

1 СЕМЕСТР

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ № 1

Задание. 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix}3&1&-1\\2&4&1\\1&0&-1\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}2&4&5\\1&-2&-4\\3&0&2\end{pmatrix}$.

Найти: а) AB; б) A^{-1}; в) AA^{-1}.

Решение:

а) $AB=\begin{pmatrix}3&1&-1\\2&4&1\\1&0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&4&5\\1&-2&-4\\3&0&2\end{pmatrix}=$

$$=\begin{pmatrix}3\cdot2+1\cdot1+(-1)\cdot3 & 3\cdot4+1\cdot(-2)+(-1)\cdot0 & 3\cdot5+1\cdot(-4)+(-1)\cdot2\\ 2\cdot2+4\cdot1+1\cdot3 & 2\cdot4+4\cdot(-2)+1\cdot0 & 2\cdot5+4\cdot(-4)+1\cdot2\\ 1\cdot2+0\cdot1+(-1)\cdot3 & 1\cdot4+0\cdot(-2)+(-1)\cdot0 & 1\cdot5+0\cdot(-4)+(-1)\cdot2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&10&9\\11&0&-4\\-1&4&3\end{pmatrix}$$

б) Определитель матрицы A равен:

$$\det A=\begin{vmatrix}3&1&-1\\2&4&1\\1&0&-1\end{vmatrix}=-12+1-(-4)-(-2)=-5\neq0,$$

Следовательно, матрица A невырожденная.

Находим алгебраические дополнения:

$A_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}4&1\\0&-1\end{vmatrix}=-4$, $\quad A_{21}=(-1)^{2+1}\begin{vmatrix}1&-1\\0&-1\end{vmatrix}=-(-1)=1$,

$A_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}2&1\\1&-1\end{vmatrix}=-(-2-1)=3$, $\quad A_{22}=(-1)^{2+2}\begin{vmatrix}3&-1\\1&-1\end{vmatrix}=-3-(-1)=-2$,

$A_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}2&4\\1&0\end{vmatrix}=-4$, $\quad A_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}3&1\\1&0\end{vmatrix}=-(0-1)=1$,

$A_{31}=(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}1&-1\\4&1\end{vmatrix}=1-(-4)=5$,

$A_{32}=(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}3&-1\\2&1\end{vmatrix}=-(3-(-2))=-5$, $\quad A_{33}=(-1)^{3+3}\begin{vmatrix}3&1\\2&4\end{vmatrix}=12-2=10$.

Получим обратную матрицу:

$$A^{-1}=-\frac{1}{5}\begin{pmatrix}-4 & 1 & 5\\ 3 & -2 & -5\\ -4 & 1 & 10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0,8 & -0,2 & -1\\ -0,6 & 0,4 & 1\\ 0,8 & -0,2 & -2\end{pmatrix}.$$

в) $AA^{-1}=\begin{pmatrix}3 & 1 & -1\\ 2 & 4 & 1\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0,8 & -0,2 & -1\\ -0,6 & 0,4 & 1\\ 0,8 & -0,2 & -2\end{pmatrix}=-\frac{1}{5}\begin{pmatrix}3 & 1 & -1\\ 2 & 4 & 1\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-4 & 1 & 5\\ 3 & -2 & -5\\ -4 & 1 & 10\end{pmatrix}=$

$$=-\frac{1}{5}\begin{pmatrix}3 & 1 & -1\\ 2 & 4 & 1\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-4 & 1 & 5\\ 3 & -2 & -5\\ -4 & 1 & 10\end{pmatrix}=-\frac{1}{5}\begin{pmatrix}-12+3+4 & 3-2-1 & 15-5-10\\ -8+12-4 & 2-8+1 & 10-20+10\\ -4+0+4 & 1+0-1 & 5+0-10\end{pmatrix}=$$

$$=-\frac{1}{5}\begin{pmatrix}-5 & 0 & 0\\ 0 & -5 & 0\\ 0 & 0 & -5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}.$$

Задание 2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix}2 & 2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & 3 & 5\\ 3 & 3 & 0 & 2\\ 2 & 0 & 2 & 1\end{vmatrix}$$

Решение. Разложим определитель, например, по третьей строке, так как в ней один из элементов равен нулю, получим:

$$\begin{vmatrix}2 & 2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & 3 & 5\\ 3 & 3 & 0 & 2\\ 2 & 0 & 2 & 1\end{vmatrix}=3A_{31}+3A_{32}+0A_{33}+2A_{34}=$$

$$=3(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}2 & 1 & 3\\ 3 & 3 & 5\\ 0 & 2 & 1\end{vmatrix}+3(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & 5\\ 2 & 2 & 1\end{vmatrix}+2(-1)^{3+4}\begin{vmatrix}2 & 2 & 1\\ 1 & 3 & 3\\ 2 & 0 & 2\end{vmatrix}=$$

$$=3\left(6+18-20-3\right)-3\left(6+6+10-18-20-1\right)-2\left(12+12-6-4\right)=$$

$$=3-3\left(-17\right)-2\left(14\right)=3+51-28=26.$$

Ответ: 26.

Задание 3. Решить систему уравнений а) с помощью обратной матрицы; б) методом Крамера; в) методом Гаусса:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13. \end{cases}$$

Решение. а) Обозначим

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix}; \ X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}; \ B = \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ 13 \end{pmatrix}.$$

Тогда в матричной форме данная система будет иметь вид: $AX = B$. Решение данного матричного уравнения находится по формуле: $X = A^{-1}B$.

Находим определитель матрицы A:

$$\det A = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{vmatrix} = -8 - 3 - 8 + 2 = -17.$$

Так как $\det A \neq 0$, то существует обратная матрица, которая по алгоритму, изложенному в §3, имеет вид:

$$A^{-1} = -\frac{1}{17}\begin{pmatrix} 8 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 10 & 11 & 3 \end{pmatrix}.$$

Подставляя значения в формулу $X = A^{-1}B$, получим:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = -\frac{1}{17}\begin{pmatrix} 8 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 10 & 11 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ 13 \end{pmatrix} = -\frac{1}{17}\begin{pmatrix} -48 + 10 - 13 \\ 6 + 20 - 26 \\ -60 + 55 + 39 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix},$$

т. е. решение системы $(3; 0; -2)$.

б) Определитель системы $\det A = -17 \neq 0$, следовательно, существует единственное решение системы.

Вычислим вспомогательные определители $\Delta_{x_1}, \Delta_{x_2}, \Delta_{x_3}$ полученные из матрицы A заменой соответственно первого, второго и третьего столбцов столбцом свободных членов:

$$\Delta_{x_1}=\begin{vmatrix}-6&1&0\\5&-2&-1\\13&4&-2\end{vmatrix}=-51;\ \Delta_{x_2}=\begin{vmatrix}-2&-6&0\\1&5&-1\\3&13&-2\end{vmatrix}=0;\ \Delta_{x_3}=\begin{vmatrix}-2&1&-6\\1&-2&5\\3&4&13\end{vmatrix}=34.$$

По формулам Крамера

$$x_1=\frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}=\frac{-51}{-17}=3,\ x_2=\frac{\Delta_{x_2}}{\Delta}=\frac{0}{-17}=0,\ x_3=\frac{\Delta_{x_3}}{\Delta}=\frac{34}{-17}=-2,$$

т. е. решение системы $(3;0;-2)$.

в) Составим расширенную матрицу системы:

$$\left(\begin{array}{ccc|c}-2&1&0&-6\\1&-2&-1&5\\3&4&-2&13\end{array}\right).$$

Элемент $a_{11}=-2\neq 0$ принимаем за разрешающий. Преобразование проведем методом Гаусса, используя правило прямоугольников:

$$\left(\begin{array}{ccc|c}-2&1&0&-6\\1&-2&-1&5\\3&4&-2&13\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}-2&1&0&-6\\0&3&2&-4\\0&-11&4&-8\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}-2&1&0&-6\\0&3&2&-4\\0&0&34&-68\end{array}\right)\begin{array}{l}\\ \\ \div 34\end{array}\sim\left(\begin{array}{ccc|c}-2&1&0&-6\\0&3&2&-4\\0&0&1&-2\end{array}\right).$$

На основе последней матрицы составим систему, равносильную исходной:

$$\begin{cases}-2x_1+x_2=-6,\\ \qquad 3x_2+2x_3=-4,\\ \qquad\qquad x_3=-2,\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-2x_1+x_2=-6,\\ 3x_2+2\cdot(-2)=-4,\\ x_3=-2,\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1=3,\\ x_2=0,\\ x_3=-2,\end{cases}$$

т. е. решение системы $(3;0;-2)$.

Ответ: $(3;0;-2)$.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы:

$$\begin{cases}7x_1-4x_2-4x_3+x_4=-1,\\ 5x_1-4x_3-x_4=5,\\ -x_1+2x_2-x_4=3.\end{cases}$$

Решение. Составив расширенную матрицу системы, проводим преобразования Гаусса:

$$\left(\begin{array}{cccc|c}7&-4&-4&1&-1\\5&0&-4&-1&5\\-1&2&0&-1&3\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{cccc|c}7&-4&-4&1&-1\\0&20&-8&-12&40\\0&10&-4&-6&20\end{array}\right)\begin{array}{l}\\ \div 4\\ \div 2\end{array}\sim\left(\begin{array}{cccc|c}7&-4&-4&1&-1\\0&5&-2&-3&10\\0&5&-2&-3&10\end{array}\right)\sim$$

$$\sim\left(\begin{array}{cccc|c} 7 & -4 & -4 & 1 & -1 \\ 0 & 5 & -2 & -3 & 10 \\ \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & 0 \end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{cccc|c} 7 & -4 & -4 & 1 & -1 \\ 0 & 5 & -2 & -3 & 10 \end{array}\right)$$

Ранг полученной системы равен двум, следовательно, число базисных переменных равно 2, число свободных переменных определим по формуле $k = n - r = 4 - 2 = 2$. Определим число возможных базисов по формуле $C_n^r = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$, получим $C_4^2 = \dfrac{4!}{2!(4-2)!} = \dfrac{3\cdot 4}{2} = 6$. Базисными переменными могут быть следующие группы: $x_1, x_2;\ x_1, x_3;\ x_1, x_4;\ x_2, x_3;\ x_2, x_4;\ x_3, x_4$.

Выясним, образуют ли переменные x_1, x_2 базис. Так как базисный минор, т. е. определитель матрицы из коэффициентов при этих переменных $\begin{vmatrix} 7 & -4 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} = 35 \neq 0$, то x_1, x_2 образуют базис, свободные переменные x_3, x_4 приравняем нулю, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 7x_1 - 4x_2 = -1, \\ \qquad 5x_2 = 10, \end{cases}$$

откуда $x_1 = 1,\ x_2 = 2$, т. е. первое базисное решение будет $(1,2,0,0)$.

Рассмотрим следующую группу переменных x_1, x_3. Так как базисный минор $\begin{vmatrix} 7 & -4 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = -14 \neq 0$, то x_1, x_3 образуют базис, тогда свободные переменные x_1, x_3. Приравнивая свободные переменные нулю, получим систему уравнений в виде

$$\begin{cases} 7x_1 - 4x_3 = -1, \\ \quad -2x_3 = 10, \end{cases}$$

откуда $x_1 = -3,\ x_3 = -5$, т. е. второе базисное решение будет $(-3,0,-5,0)$.

Ответ: $(1,2,0,0)$, $(-3,0,-5,0)$.

Задание 5. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Решение.

а) Находим линейную комбинацию

$$2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 - 3 \cdot 0 + 4 \cdot 5 \\ 2 \cdot (-3) - 3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 \\ 2 \cdot 1 - 3 \cdot 4 + 4 \cdot (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ -1 \\ -22 \end{pmatrix}.$$

б) Вычисляем скалярное произведение, используя формулу

$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 2 \cdot 0 - 3 \cdot 1 + 1 \cdot 4 = 1.$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования (оператора), заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Составим характеристическое уравнение $|A - \lambda E| = 0$.

$$\left| \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 4-\lambda & -5 & 2 \\ 5 & -7-\lambda & 3 \\ 6 & -9 & 4-\lambda \end{vmatrix} = 0.$$

Решим это уравнение, найдя определитель.

$(4-\lambda)^2(-7-\lambda) - 90 - 90 - 12(-7-\lambda) + 27(4-\lambda) + 25(4-\lambda) = 0,$

Раскроем скобки и приведем подобные, получим: $-\lambda^3 + \lambda^2 = 0$, или $-\lambda^2(\lambda - 1) = 0$.

Собственные значения $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,\ \lambda_3 = 1$ найдены.

Найдем собственный вектор $\vec{x}^1 = (x_1, x_2, x_3)$, соответствующий собственным значениям $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,$ используя формулу $(A - \lambda E)x = 0$:

$$\begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Из этого равенства получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 5x_1 - 7x_2 + 3x_3 = 0, \\ 6x_1 - 9x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$

Решим эту систему методом Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & -6 & 4 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, ранг системы уравнений равен 2, т.е. число базисных неизвестных 2. А так как число неизвестных системы равно 3, то число свободных неизвестных равно 1. Система имеет бесчисленное множество решений. Базисный минор $\begin{vmatrix} 4 & -5 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} = -12 \neq 0$, т.е. x_1 и x_2 – базисные переменные, x_3 – свободная.

Таким образом, из последней матрицы получим систему

$$\begin{cases} 4x_1 - 5x_2 = -2x_3, \\ \quad -3x_2 = -2x_3 \end{cases}$$

Решение которой $x_2 = \dfrac{2}{3}x_3$, $x_1 = \dfrac{1}{3}x_3$. Пусть $x_3 = 3c_1$, где c_1 – любое не равное нулю действительное число. Тогда $x_1 = c_1$, $x_2 = 2c_1$. Значит, $\vec{x}^1 = (c_1; 2c_1; 3c_1)$, где $c_1 \neq 0$ – собственный вектор, соответствующий собственным значениям $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$.

Найдем, аналогично, собственный вектор $\vec{x}^2 = (x_1, x_2, x_3)$, соответствующий собственному значению $\lambda_3 = 1$.

Получим систему уравнений: $\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 5x_1 - 8x_2 + 3x_3 = 0, \\ 6x_1 - 9x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$

Применим гауссовские преобразования:

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 \\ 5 & -8 & 3 \\ 6 & -9 & 3 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -3 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow r = 2,\, n = 3,$$

т.е. две переменные базисные, а одна – свободная. Базисный минор $\begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 3 \neq 0,$ поэтому x_1, x_2 – базисные, а x_3 – свободная переменная.

Таким образом,

$x_2 = x_3;$

$3x_1 = 5x_2 - 2x_3 \Leftrightarrow 3x_1 = 5x_3 - 2x_3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = x_3.$

Полагая $x_3 = c_2,$ где c_2 – любое действительное число, но $c_2 \neq 0,$ получим $\vec{x}^2 = (c_2; c_2; c_2) = c_2(1;1;1)$ – собственный вектор, соответствующий собственному значению $\lambda_3 = 1.$

Ответ: $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,$ $\vec{x}^1 = (c_1; 2c_1; 3c_1)$, где $c_1 \neq 0$;

$\lambda_3 = 1,$ $\vec{x}^2 = (c_2; c_2; c_2) = c_2(1;1;1).$

Задание 5. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли $A = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,3 & 0,5 \\ 0,3 & 0,4 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,4 \end{pmatrix}$ если известно, что суммарный доход этих стран равен 402 усл. ден. ед.

Решение. Данная задача линейной модели обмена сводится к нахождению собственного вектора, отвечающего собственному значению $\lambda = 1$. Для нахождения собственного вектора используется матричное уравнение:

$$(A - E)\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Подставляя исходные значения, получим:

$$\begin{pmatrix} -0,4 & 0,3 & 0,5 \\ 0,3 & -0,6 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & -0,6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Применим для решения метод Гаусса, для пересчета элементов, используем правило прямоугольников, получим:

$$\begin{pmatrix} -0,4 & 0,3 & 0,5 \\ 0,3 & -0,6 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & -0,6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -0,4 & 0,3 & 0,5 \\ 0 & 0,15 & -0,19 \\ 0 & -0,15 & 0,19 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -0,4 & 0,3 & 0,5 \\ 0 & 0,15 & -0,19 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Так как $rang = 2 < n = 3$, то однородная система имеет нетривиальное решение, которое находим из системы:

$$\begin{cases} -0,4x_1 + 0,3x_2 + 0,5x_3 = 0, \\ \qquad 0,15x_2 - 0,19x_3 = 0. \end{cases}$$

Пусть переменные x_1, x_2 – базисные, x_3 – свободная, тогда получим: $x_1 = \frac{33}{15}c,\quad x_2 = \frac{19}{15}c,\quad x_3 = c$, т. е. собственный вектор имеет вид: $x = \left(\frac{33}{15}c, \frac{19}{15}c, c\right)$.

Следовательно, сбалансированность торговли трех стран достигается при векторе национальных доходов $x = \left(\frac{33}{15}c, \frac{19}{15}c, c\right)$, т.е. при соотношении национальных доходов стран $\frac{33}{15} \div \frac{19}{15} \div 1$ или $33 \div 19 \div 15$.

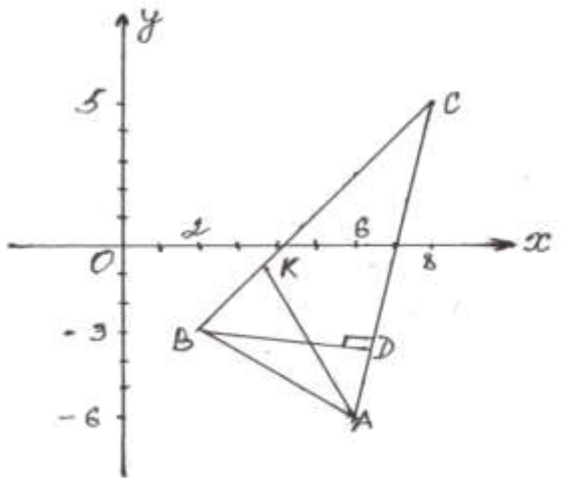
По условию суммарный доход этих стран равен 402 усл. ден. ед, следовательно, $\frac{33}{15}c + \frac{19}{15}c + c = 402$, решение данного уравнения: $c = 90$.

Таким образом, равновесный вектор национальных доходов $x = (198{,}114,\ 90)$ ден. ед.

Ответ. $x = (198{,}114,\ 90)$

ОБРАЗЕЦ РЕШЕНИЯ ТИПОВОГО РАСЧЕТА № 2

Задача 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(6;-6), B(2;-3), C(8;5).* Требуется: 1) составить уравнение стороны *AB*; 2) найти длину стороны *AB*; 3) составить уравнение высоты, проведенной из вершины *B*; 4) вычислить длину высоты, проведенной из вершины *C*; 5) вычислить угол *A* треугольника; 6) составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*; 7) составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC*; 7) найти площадь треугольника *ABC*; 8) (в радианах с точностью до двух знаков после запятой). Сделать чертеж.



Решение:

1. Для составления уравнения стороны *AB* используем формулу $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$, где *A(6;-6), B(2;-3):*

$\dfrac{y-(-6)}{-3-(-6)}=\dfrac{x-6}{2-6}$ или $\dfrac{y+6}{3}=\dfrac{x-6}{-4}$ или $-4y-24=3x-18$ или $3x+4y+6=0$.

2. Для нахождения длины *AB* используем формулу $d=\left|\overline{AB}\right|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$:

$$d=\left|\vec{AB}\right|=\sqrt{(2-6)^2+(-3-(-6))^2}=\sqrt{16+9}=5\,(\text{ед. дл.}).$$

3. Для составления уравнения высоты *BD* используем условие перпендикулярности прямых *BD* и *AC*, т. е. формулу $k_2=-\dfrac{1}{k_1}$:

$k_{BD}k_{AC}=-1$.Найдем k_{AC} используя формулу $k_{AB}=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$.

$k_{AC}=\dfrac{5-(-6)}{8-6}=\dfrac{11}{2}$; $k_{BD}=-\dfrac{1}{11/2}=-\dfrac{2}{11}$. Составим уравнение высоты *BD* по формуле $y-y_0=k(x-x_0)$, зная, что $k_{BD}=-\dfrac{2}{11}$ и что она проходит через точку $B(2;-3)$.

Получим: $y-(-3)=-\dfrac{2}{11}(x-2)$ или $11y+33=-2x+4$. Следовательно, уравнение прямой имеет вид: $2x+11y+29=0$.

4. Расстояние от вершины *C(8;5)* до стороны *AB*, уравнение которой было найдено в п.1: $3x+4y+6=0$, найдем по формуле $d=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$.

Получим: $d=\dfrac{|3\cdot 8+4\cdot 5+6|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\dfrac{50}{5}=10$ *(ед.дл.).*

5. Для вычисления угла *A* треугольника *ABC* используем формулу $tg\varphi=\dfrac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}$. Найдем сначала k_{AB}, зная уравнение *AB:* $3x+4y+6=0$.

Преобразуем это уравнение к виду $y=kx+b: 4y=-3x-6$ или $y=-\dfrac{3}{4}x-\dfrac{3}{2}$.

Отсюда $k_{AB}=-\dfrac{3}{4}$. Угловой коэффициент прямой *AC* был найден в п.3: $k_{AC}=\dfrac{11}{2}$. Заметим, что $k_1=k_{AC}$, $k_2=k_{AB}$. Следовательно,

$$tgA=\dfrac{-\dfrac{3}{4}-\dfrac{11}{2}}{1+(-\dfrac{3}{4})*\dfrac{11}{2}}=2 \text{ или } A=arctg\,2\approx 1{,}11\,\text{рад.}$$

6. Составим уравнение медианы, проведенной из вершины *C*. Найдем середину (т. *M*) стороны *AB*, используя формулы $x=\dfrac{x_1+x_2}{2}$; $y=\dfrac{y_1+y_2}{2}$.

$$x_M=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{6+2}{2}=4;\quad y_M=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{-6-3}{2}=-4{,}5;$$

т. о., $M(4;-4{,}5)$.

Составим уравнение *CM*, используя формулу $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$:

$\dfrac{y-8}{4-8}=\dfrac{x-5}{-4{,}5-5}$, $\dfrac{y-8}{-4}=\dfrac{x-5}{-9{,}5}$ или $4x-9{,}5y+56=0$.

7. Для составление уравнения прямой, проходящей через точку *A(6;-6)* параллельно прямой *BC*, используем условие параллельности двух прямых $k_1=k_2$. Найдем угловой коэффициент прямой *BC* по формуле $k_{BC}=\dfrac{y_C-y_B}{x_C-x_B}$:

$k_{BC}=\dfrac{5-(-3)}{8-2}=\dfrac{4}{3}$. Тогда $k=k_{BC}=\dfrac{4}{3}$.

Уравнение искомой прямой найдем по формуле $y-y_0=k(x-x_0)$:

$y-(-6)=\dfrac{4}{3}(x-6)$ или $3y+18=4x-24$ или $4x-3y-42=0$.

8. Площадь треугольника *ABC* найдем по формуле

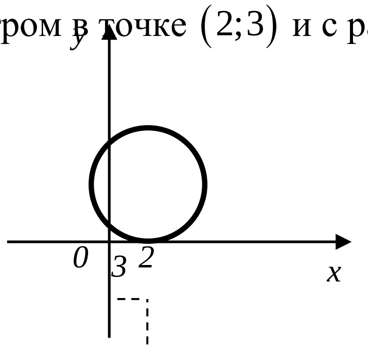
$$S=\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 \end{matrix}\right\|$$

$$S=\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix} 2-6 & -3-(-6) \\ 8-6 & 5-(-6) \end{matrix}\right\|=\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix} -4 & 3 \\ 2 & 11 \end{matrix}\right\|=\frac{1}{2}\left|-44-6\right|=25\text{(кв. ед).}$$

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

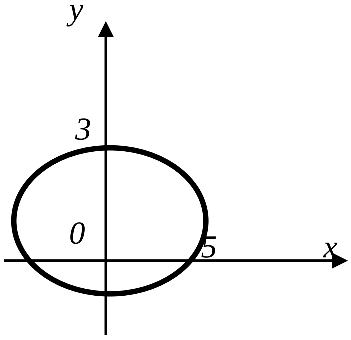
а) $\left(x-2\right)^2+(y-3)^2=9$; б) $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$; в) $\dfrac{x^2}{49}-\dfrac{y^2}{25}=1$; г) $y^2=9x$.

Решение. а) Уравнение $\left(x-2\right)^2+(y-3)^2=9$ описывает окружность с центром в точке $\left(2;3\right)$ и с радиусом $R=3$.

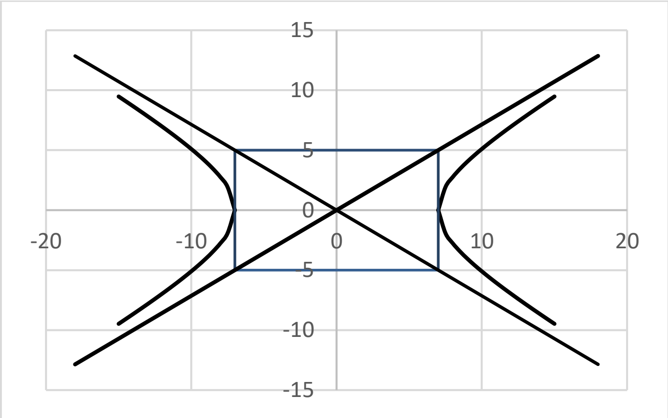


б) **Уравнение** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ описывает эллипс с центром в точке $\left(0;0\right)$.

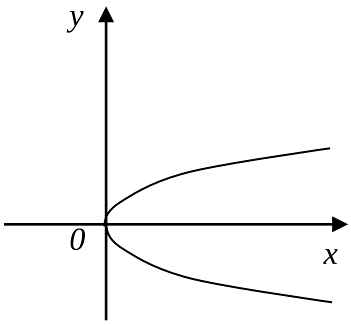
Большая полуось $a=5$, малая полуось - $b=3$.



б) **Уравнение** $\frac{x^2}{49}-\frac{y^2}{25}=1$ описывает гиперболу с центром в точке $(0;0)$. Действительная полуось $a=7$, мнимая полуось - $b=5$.



г) **Уравнение** $y^2=9x$ описывает параболу с вершиной в точке $(0;0)$, ветви направлены вправо симметрично оси Ox.



Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

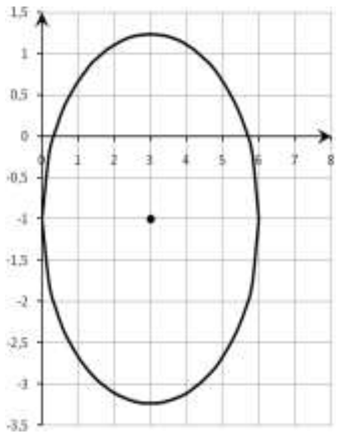
а) $5x^2+9y^2-30x+18y+9=0$

Решение. Преобразуем данное уравнение кривой, так как

$$5x^2+9y^2-30x+18y+9=5(x^2-6x)+9(y^2+2y)+9=5(x^2-2\cdot 3x+3^2-3^2)+$$
$$+9(y^2+2\cdot 1y+1-1)+9=5(x-3)^2-45+9(y+1)^2-9+9=0,$$

то уравнение можно написать в виде: $5(x-3)^2+9(y+1)^2-45=0$

или $\dfrac{(x-3)^2}{9}+\dfrac{(y+1)^2}{5}=1$

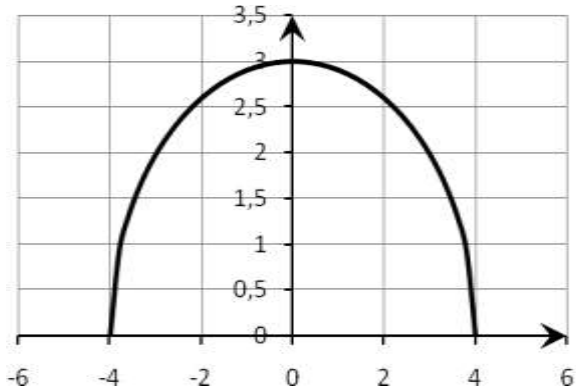


Получили каноническое уравнение эллипса, его центр симметрии находится в точке $(3;-1)$, полуоси $a=3$, $b=\sqrt{5}$.

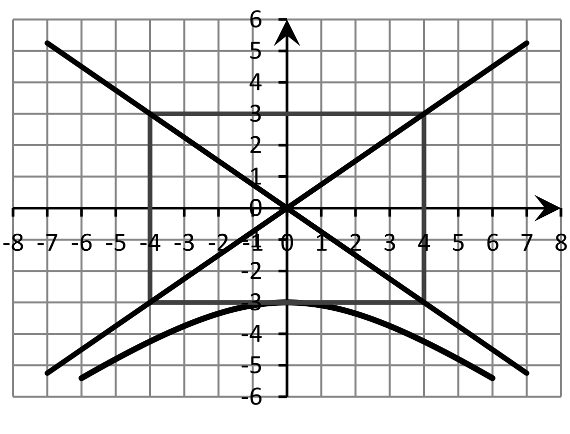
б) $y=\dfrac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$

Возведем обе стороны уравнения в квадрат. Получим:

$y^2=\dfrac{9}{16}(16-x^2)$ или $y^2=9-\dfrac{9}{16}x^2$, $\dfrac{9}{16}x^2+y^2=9$, $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$ – каноническое уравнение эллипса с центром в начале координат и полуосями, равными $a=4, b=3$. Так как, по условию, в уравнении перед радикалом стоит знак «+», то исходное уравнение определяет часть эллипса, расположенную выше оси *Ox*.



в) $y=-\dfrac{3}{4}\sqrt{16+x^2}$. Возведем обе стороны уравнения в квадрат. Получим: $y^2=\dfrac{9}{16}(16+x^2)$ или $y^2=9+\dfrac{9}{16}x^2$, $-\dfrac{9}{16}x^2+y^2=9$, $-\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$ – каноническое уравнение гиперболы с центром в начале координат и полуосями, равными $a=4, b=3$. Так как, по условию, в уравнении перед радикалом стоит знак



«-», то исходное уравнение определяет часть гиперболы, расположенную ниже оси *Ox*.

Образец выполнения типового расчета №3

I.Вычислить пределы, не применяя правило Лопиталя:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{9n+2}-\sqrt{4n-1}\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+n+5}{2n^2+n+4}\right)^{3n^2+1}$

3. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{2x+5}{\ln(x+3)}$

4. $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^3+5x^2+3x-9}{x^2-6x-27}$

5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+2x}$

6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{tg^3(2x)}{arctg^3(3x)}$

7. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{5^{x^2-4}-1}{2x^2+3x-2}$

8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+x^2)}{e^{4x^2}-1}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^3-2n^2+6n+12}{9n^2+5n^3-8n+4}$

II. Исследовать функцию $y=\dfrac{2}{3+5^{\frac{1}{x-2}}}$ на непрерывность.

Решение

I. Вычислить пределы, не применяя правила Лопиталя.

1)

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{9n+2}-\sqrt{4n-1}\right)=[\infty-\infty]=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\sqrt{9n+2}-\sqrt{4n-1}\right)\left(\sqrt{9n+2}+\sqrt{4n-1}\right)}{\sqrt{9n+2}+\sqrt{4n-1}}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{(9n+2)-(4n-1)}{\sqrt{9n+2}+\sqrt{4n-1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{5n+3}{\sqrt{9n+2}+\sqrt{4n-1}}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{5n}{n}+\frac{3}{n}}{\frac{\sqrt{9n+2}}{n}+\frac{\sqrt{4n-1}}{n}}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{5+\frac{3}{n}}{\sqrt{\frac{9n}{n^2}+\frac{2}{n^2}}+\sqrt{\frac{4n}{n^2}-\frac{1}{n^2}}}=\lim_{n\to\infty}\frac{5+\frac{3}{n}}{\sqrt{\frac{9}{n}+\frac{2}{n^2}}+\sqrt{\frac{4}{n}-\frac{1}{n^2}}}=\frac{5+\frac{3}{\infty}}{\sqrt{\frac{9}{\infty}+\frac{2}{\infty}}+\sqrt{\frac{4}{\infty}-\frac{1}{\infty}}}=\frac{5}{0}=\infty.$$

2) $$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+n+5}{2n^2+n+4}\right)^{3n^2+1}=\left[1^{\infty}\right]=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2n^2+n+5}{2n^2+n+4}-1\right)^{3n^2+1}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2n^2+n+4}\right)^{3n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2n^2+n+4}\right)^{(2n^2+n+4)\cdot\frac{(3n^2+1)}{2n^2+n+4}}=$$

$$=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n^2+1}{2n^2+n+4}}=e^{\frac{3}{2}}$$

3) $$\lim_{x\to-2}\frac{2x+5}{\ln(x+3)}=\frac{2\cdot(-2)+5}{\ln(-2+3)}=\frac{1}{\ln 1}=\frac{1}{0}=\infty.$$

4)

$$\lim_{x\to-3}\frac{x^3+5x^2+3x-9}{x^2-6x-27}=\left[\frac{0}{0}\right]=\left|\textit{Разделим числитель и знаменатель на } (x+3)\right|$$

$$\begin{array}{r|l} x^3+5x^2+3x-9 & x+3 \\ \underline{-\;x^3+3x^2} & x^2+2x-3 \\ 2x^2+3x & \\ \underline{-\;2x^2+6x} & \\ -3x-9 & \\ \underline{-\;-3x-9} & \\ 0 & \end{array}\qquad \begin{array}{r|l} x^2-6x-27 & x+3 \\ \underline{-\;x^2+3x} & x-9 \\ -9x-27 & \\ \underline{-\;-9x-27} & \\ 0 & \end{array}$$

$$\lim_{x\to-3}\frac{(x+3)(x^2+2x-3)}{(x+3)(x-9)}=\lim_{x\to-3}\frac{x^2+2x-3}{x-9}=\frac{0}{-12}=0.$$

5)

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+2x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt{x+16}-4)(\sqrt{x+16}+4)}{(x^2+2x)(\sqrt{x+16}+4)}=\lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt{x+16})^2-4^2}{(x^2+2x)(\sqrt{x+16}+4)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x+16-16}{(x^2+2x)(\sqrt{x+16}+4)}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{x(x+2)(\sqrt{x+16}+4)}=\frac{1}{(0+2)(\sqrt{0+16}+4)}=$$

$$=\frac{1}{2\cdot(4+4)}=\frac{1}{16}$$

6) $$\lim_{x\to 0}\frac{tg^3(2x)}{arctg^3(3x)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\dfrac{tg(2x)}{2x}\right)^3\cdot(2x)^3}{\left(\dfrac{arctg(3x)}{3x}\right)^3\cdot(3x)^3}=\lim_{x\to 0}\frac{1\cdot(2x)^3}{1\cdot(3x)^3}=\lim_{x\to 0}\frac{8x^3}{27x^3}=\frac{8}{27}.$$

7) $$\lim_{x\to -2}\frac{5^{x^2-4}-1}{2x^2+3x-2}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to -2}\frac{\dfrac{5^{x^2-4}-1}{x^2-4}\cdot(x^2-4)}{2x^2+3x-2}=\lim_{x\to -2}\frac{x^2-4}{2x^2+3x-2}=$$

$$\lim_{x\to -2}\frac{x^2-4}{2x^2+3x-2}=\lim_{x\to -2}\frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)(2x-1)}=\lim_{x\to -2}\frac{x-2}{2x-1}=\frac{-2-2}{2\cdot(-2)-1}=\frac{-4}{-5}=\frac{4}{5}.$$

8) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x^2)}{e^{4x^2}-1}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{\ln(1+x^2)}{x^2}\cdot x^2}{\dfrac{e^{4x^2}-1}{4x^2}\cdot 4x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{1\cdot x^2}{1\cdot 4x^2}=\frac{1}{4}.$$

9)

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2n^3-2n^2+6n+12}{9n^2+5n^3-8n+4}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{n\to\infty}\frac{\dfrac{2n^3}{n^3}-\dfrac{2n^2}{n^3}+\dfrac{6n}{n^3}+\dfrac{12}{n^3}}{\dfrac{9n^2}{n^3}+\dfrac{5n^3}{n^3}-\dfrac{8n}{n^3}+\dfrac{4}{n^3}}=\lim_{n\to\infty}\frac{2-\dfrac{2}{n}+\dfrac{6}{n^2}+\dfrac{12}{n^3}}{\dfrac{9}{n}+5-\dfrac{8}{n^2}+\dfrac{4}{n^3}}=$$

$$=\frac{2-\dfrac{2}{\infty}+\dfrac{6}{\infty}+\dfrac{12}{\infty}}{\dfrac{9}{\infty}+5-\dfrac{8}{\infty}+\dfrac{4}{\infty}}=\frac{2-0+0+0}{0+5-0+0}=\frac{2}{5}.$$

II. Исследовать функцию $y=\dfrac{2}{3+5^{\frac{1}{x-2}}}$ на непрерывность.

Решение. Т. к. знаменатель дроби $\dfrac{1}{x-2}$ равен нулю при $x=2$, то функция терпит разрыв при $x=2$. Установим тип этой точки разрыва, для этого найдем предел слева и справа в этой точке.

$$\lim_{x\to 2-0}\frac{2}{3+5^{\frac{1}{x-2}}}=\frac{2}{3+5^{\frac{1}{-0}}}=\frac{2}{3+5^{-\infty}}=\frac{2}{3+\frac{1}{5^{\infty}}}=\frac{2}{3+\frac{1}{\infty}}=\frac{2}{3+0}=\frac{2}{3},$$

$$\lim_{x\to 2+0}\frac{2}{3+5^{\frac{1}{x-2}}}=\frac{2}{3+5^{\frac{1}{+0}}}=\frac{2}{3+5^{+\infty}}=\frac{2}{\infty}=0.$$

Т. о. у функции существуют и левосторонний предел $\lim\limits_{x\to 2-0}\dfrac{2}{3+5^{\frac{1}{x-2}}}=\dfrac{2}{3}$ и правосторонний предел $\lim\limits_{x\to 2+0}\dfrac{2}{3+5^{\frac{1}{x-2}}}=0$, но между собой они не равны. Значит точка $x=2$ является точкой разрыва 1 рода. Разрыв неустранимый. Скачок функции равен $\left|\dfrac{2}{3}-0\right|=\dfrac{2}{3}$.

Образец выполнения типового расчета №4

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{2x^2}$. б) $\lim\limits_{x\to 3}(2x-6)tg\dfrac{\pi x}{6}$.

2. Найти производные следующих функций:

а) $y=5x^3-\dfrac{8}{x^2}+4\sqrt{x}$ б) $y=\dfrac{\cos x}{x^3+9}$

в) $y=\sin\sqrt{1-x^2}$ г) $y=\left(2arctgx+3^x\right)\left(5\arcsin-\sqrt{3}\right)$

д) $y=x^{e^x}$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(8-7t), \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$$

4. Найти производную неявной функции $x^3 + 3y^3 - xy = 0$.

5. Провести полное исследование функции $y = \dfrac{x^2}{1+x}$ и построить ее график.

Решение

Задание 1.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{2x^2} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1-\cos 6x)'}{(2x^2)'} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{6\sin 6x}{4x} = \dfrac{3}{2}\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 6x}{1} = 9$.

б) $\lim\limits_{x\to 3}(2x-6)tg\dfrac{\pi x}{6} = [0\cdot\infty] = \lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x-6}{ctg\dfrac{\pi x}{6}} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(2x-6)'}{\left(ctg\dfrac{\pi x}{6}\right)'} =$

$$= \lim_{x\to 3}\frac{2}{\dfrac{-1}{\sin^2\dfrac{\pi x}{6}}\cdot\dfrac{\pi}{6}} = \frac{2}{\dfrac{-1}{\sin^2\dfrac{\pi}{2}}\cdot\dfrac{\pi}{6}} = -\frac{12}{\pi}$$

Задание 2.

а) $y = 5x^3 - \dfrac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}$

$$y' = \left(5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}\right)' = \left(5x^3 - 8x^{-2} + 4x^{1/2}\right)' = 5\cdot 3x^2 - 8\cdot(-2)x^{-3} + 4\cdot\frac{1}{2}x^{-1/2} =$$

$$= 15x^2 + \frac{16}{x^3} + \frac{2}{\sqrt{x}}$$

б) $y = \dfrac{\cos x}{x^3+9}$.

$$y' = \left(\frac{\cos x}{x^3+9}\right)' = \frac{(\cos x)'(x^3+9) - \cos x(x^3+9)'}{(x^3+9)^2} == \frac{-\sin x\cdot(x^3+9) - 3x^2\cos x}{(x^3+9)^2}.$$

в) $y = \sin\sqrt{1-x^2}$.

$$y' = \left(\sin\sqrt{1-x^2}\right)' = \cos\sqrt{1-x^2}\cdot\left(\sqrt{1-x^2}\right)' = \cos\sqrt{1-x^2}\cdot\left(\left(1-x^2\right)^{1/2}\right)' =$$

$$= \cos\sqrt{1-x^2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(1-x^2\right)^{-1/2}\cdot\left(1-x^2\right)' = -2x\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(1-x^2\right)^{-1/2}\cdot\cos\sqrt{1-x^2} =$$

$$= -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\cos\sqrt{1-x^2}.$$

г) $y = \left(2arctgx + 3^x\right)\left(5\arcsin - \sqrt{3}\right)$

$$y' = \left(2arctgx + 3^x\right)'\cdot\left(5\arcsin x - \sqrt{3}\right) + \left(5\arcsin x - \sqrt{3}\right)'\cdot\left(2arctgx + 3^x\right) =$$

$$= \left(2\cdot\frac{1}{1+x^2} + 3^x\ln 3\right)\cdot\left(5\arcsin x - \sqrt{3}\right) + \left(5\cdot\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 0\right)\cdot\left(2arctgx + 3^x\right) =$$

$$= \left(\frac{2}{1+x^2} + 3^x\ln 3\right)\cdot\left(5\arcsin x - \sqrt{3}\right) + \frac{5}{\sqrt{1-x^2}}\cdot\left(2arctgx + 3^x\right)$$

д) $y = x^{e^x}$

Пролагорифмируем обе части равенства: $\ln y = \ln(x^{e^x})$; $\ln y = e^x\ln x$;

Продифференцируем обе части равенства:

$$\frac{y'}{y} = e^x\ln x + e^x\frac{1}{x}; \qquad y' = y\left(e^x\ln x + \frac{e^x}{x}\right); \; y' = x^{e^x}\left(e^x\ln x + \frac{e^x}{x}\right)$$

Задание 3. Найти производую y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = \arccos t \end{cases}$

Вычислим x'_t и y'_t :

$$x'_t = \frac{1}{1+t^2}2t = \frac{2t}{1+t^2}, \qquad y'_t = -\frac{1}{\sqrt{1-t^2}},$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x_t} = \frac{-\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}}{\frac{2t}{1+t^2}} = -\frac{1+t^2}{2t\sqrt{1-t^2}}.$$

Задание 4. Найти производную функции $x^3 + 3y^3 - xy = 0$

Продифференцируем по x равенство $x^3+3y^3-xy=0$:

$$3x^2+3\cdot 3y^2\cdot y'-xy'-y=0$$

Из полученного соотношения найдем y':

$3x^2-y=(-9y^2+x)y'$

$y'=\dfrac{3x^2-y}{x-9y^2}$.

Задание 5. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции $y=\dfrac{x^2}{1+x}$.

Решение.

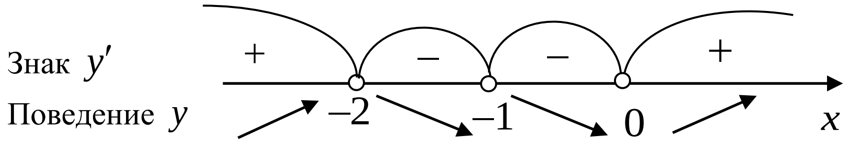
Область определения функции - вся числовая ось, за исключением точки $x=-1$, т. е. $x\in(-\infty,-1)\cup(-1,+\infty)$.

Найдем интервалы монотонности и экстремумы функции, исследуя первую производную:

$$y'(x)=\left(\frac{x^2}{1+x}\right)'=\frac{\left(x^2\right)'(1+x)-x^2(1+x)'}{(1+x)^2}=\frac{2x\cdot(1+x)-x^2\cdot 1}{(1+x)^2}=\frac{2x+x^2}{(1+x)^2},$$

$$y'(x)=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{2x+x^2}{(1+x)^2}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{x(2+x)}{(1+x)^2}=0,$$

$x=-2$, $x=0$ – критические точки первого рода, в точке $x=-1$ производная $y'(x)$ не существует, но в этой точке и сама функция не существует, поэтому эта точка не является критической.



Т. о. функция возрастает при $x\in(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)$ и убывает при $x\in(-2,-1)\cup(-1,0)$.

$x=-2$ – точка максимума, $x=0$ – точка минимума.

$$y_{\max}(-2)=\frac{(-2)^2}{1+(-2)}=\frac{4}{-1}=-4, \qquad y_{\min}(0)=\frac{0^2}{1+0}=0\,.$$

Найдем интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба функции, исследуя вторую производную:

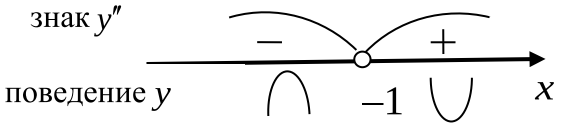
$$y''(x)=\left(\frac{2x+x^2}{(1+x)^2}\right)'=\frac{\left(2x+x^2\right)'(1+x)^2-\left(2x+x^2\right)\left((1+x)^2\right)'}{(1+x)^4}=$$

$$=\frac{(2+2x)(1+x)^2-\left(2x+x^2\right)2(1+x)}{(1+x)^4}=\frac{2(1+x)\left((1+x)^2-\left(2x+x^2\right)\right)}{(1+x)^4}=\frac{2}{(1+x)^3}\,.$$

Приравнивая к нулю $y''(x)=0$, получим уравнение:

$$\frac{2}{(1+x)^3}=0\,.$$

В точке $x=-1$ производная $y''(x)$ не существует, но в этой точке и сама функция не существует, поэтому эта точка не является точкой подозрительной на перегиб.



Таким образом, функция вогнутая при $x\in(-\infty,-1)$ и выпуклая при $x\in(-1,+\infty)$.

Образец выполнения типового расчета №5

Вариант №1

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z=e^{x-2y}$.

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных $u=\ln(e^x+y^2+z)$.

3. Исследовать на экстремум функцию $z=x^3+y^3-3xy$.

4. Вычислить $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$, если $z=y^2e^x+x^2y^3+1$.

Решение

1. Найти частные производные первого порядка функции $z = e^{x-2y}$:

Решение. $\dfrac{\partial z}{\partial x} = e^{x-2y}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y} = -2e^{x-2y}$,

2. Найти частные производные первого порядка функции трех переменных $u = \ln(e^x + y^2 + z)$.

Решение. Функция $u = \ln(e^x + y^2 + z)$ – функция трех независимых переменных: x, y и z. При определении частной производной по каждой из этих переменных две другие следует считать величинами постоянными. Поэтому

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \left(\ln(e^x + y^2 + z)\right)_x' = \frac{1}{e^x + y^2 + z}\left(e^x + y^2 + z\right)_x' = \frac{e^x}{e^x + y^2 + z};$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \left(\ln(e^x + y^2 + z)\right)_y' = \frac{1}{e^x + y^2 + z}\left(e^x + y^2 + z\right)_y' = \frac{2y}{e^x + y^2 + z};$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \left(\ln(e^x + y^2 + z)\right)_z' = \frac{1}{e^x + y^2 + z}\left(e^x + y^2 + z\right)_z' = \frac{1}{e^x + y^2 + z}.$$

3. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 3xy$.

Решение.

a) Находим частные производные

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2 - 3y; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = 3y^2 - 3x.$$

Приравнивая их к нулю, получим, $3x^2 - 3y = 0$, $3y^2 - 3x = 0$.

b) Решаем систему $\begin{cases} 3x^2 - 3y = 0, \\ 3y^2 - 3x = 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y = 0, \\ y^2 - x = 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2, \\ \left(x^2\right)^2 - x = 0, \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} y = x^2, \\ x\left(x^3 - 1\right) = 0 \end{cases}$ из последней системы, получим $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = x^2, \\ x^3 - 1 = 0, \end{cases} \\ \begin{cases} y = 0, \\ x = 0, \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = 1, \\ x = 1, \end{cases} \\ \begin{cases} y = 0, \\ x = 0. \end{cases} \end{array}\right.$

Следовательно, критические точки: $M_1(0;0)$ и $M_2(1;1)$.

c) Находим частные производные второго порядка:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 6x,\ \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -3,\ \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 6y.$$

d) Вычисляем значения этих производных в каждой критической точке:

1) $M_1(0;0)$: $A_1 = 6\cdot 0 = 0$; $B_1 = -3$; $C_1 = 6\cdot 0 = 0$.

2) $M_2(1;1)$: $A_2 = 6\cdot 1 = 6$; $B_2 = -3$; $C_2 = 6\cdot 1 = 6$.

e) Проверяем в каждой точке выполнение достаточного условия

1) $\Delta_1 = A_1C_1 - B_1^2 = 0\cdot 0 - (-3)^2 = -9 < 0$ – экстремума нет.

2) $\Delta_2 = A_2C_2 - B_2^2 = 6\cdot 6 - (-3)^2 = 36 - 9 = 27 > 0$ – экстремум есть, причем $A_2 = 6 > 0$, следовательно, в точке M_2 минимум.

f) Находим экстремальное значение функции $z_{\min} = 1^3 + 1^3 - 3\cdot 1\cdot 1 = -1$.

Ответ: $z_{\min} = -1$.

4. Вычислить $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$, если $z = y^2e^x + x^2y^3 + 1$.

Решение. Последовательно находим:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = y^2e^x + 2xy^3,\quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = y^2e^x + 2y^3,\quad \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} = 2ye^x + 6y^2$$

2 СЕМЕСТР

Образец выполнения типового расчета №1

Задание 1. Найти неопределенные интегралы

1. $\int \sin^3 x \cos x dx$; 2. $\int x\sqrt{x+4}dx$; 3. $\int (3x+2)\sin 2x\, dx$;

4. $\int \frac{3x^2 - x^5e^x - 14}{x^5} dx$; 5. $\int \frac{dx}{3 + 2\sin x + \cos x}$.

Задание 2. Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_{e}^{e^2}\frac{dx}{x\ln x}$; б) $\int\limits_{1}^{64}\frac{dx}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt[3]{x}\right)}$; в) $\int\limits_{1}^{2}x^2\ln xdx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 2x + 3$, $y = 3x - 1$.

Задание 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y^2 = (x+1)^3$, $-1 \le x \le 4$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases} x = \dfrac{t^6}{6} \\ y = 2 - \dfrac{t^4}{4} \end{cases}$, $0 \le t \le \sqrt[4]{8}$.

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной рабочим за промежуток времени с 8 до 14 часов. Производительность труда задана эмпирической формулой $f(t) = -\dfrac{t^2}{4} + 5t - 15$, которая отражает процесс работы, при котором производительность растет на протяжении первых двух часов, а затем падает.

Решение

Задание 1.

1. $\int \sin^3 x\cos xdx = \left|\cos xdx = d\sin x\right| = \int \sin^2 xd\sin x = \dfrac{\sin^3 x}{3} + C$.

2. $\int x\sqrt{x+4}dx = \left|\begin{matrix} \sqrt{x+4} = t, \quad x = t^2 - 4 \\ dx = (t^2-4)'dt = 2tdt \end{matrix}\right| = \int (t^2-4)\cdot t\cdot 2tdt = 2\int (t^4 - 4t^2)dt =$

$$= 2\left(t^4 - 4t^2\right) + C = 2\frac{t^5}{5} - 8\frac{t^3}{3} + C = \frac{2}{5}\sqrt{\left(x+4\right)^5} - \frac{8}{3}\sqrt{\left(x+4\right)^3} + C.$$

3. $\int (3x+2)\sin 2xdx = \left|\begin{matrix} u = 3x+2 \quad \Rightarrow \quad du = (3x+2)'dx = 3dx \\ dv = \sin 2xdx \quad \Rightarrow \quad v = \int dv = \int \sin 2xdx = -\dfrac{1}{2}\cos 2x \end{matrix}\right| =$

$$=-\frac{1}{2}(3x+2)\cos 2x-\int -\frac{1}{2}\cos 2x\cdot 3dx=-\frac{1}{2}(3x+2)\cos 2x+\frac{3}{2}\int \cos 2xdx=$$

$$=-\frac{1}{2}(3x+2)\cos 2x+\frac{3}{4}\sin 2x+C$$

4. $$\int \frac{3x^2-x^5e^x-14}{x^5}dx=\int\left(\frac{3x^2}{x^5}-\frac{x^5e^x}{x^5}-\frac{14}{x^5}\right)dx=\int\left(3x^{-3}-e^x-14x^{-5}\right)dx=$$

$$=3\int x^{-3}dx-\int e^xdx-14\int x^{-5}dx=3\frac{x^{-2}}{-2}-e^x-14\frac{x^{-4}}{-4}+C=-\frac{3}{2x^2}-e^x+\frac{7}{2x^4}+C.$$

5. $$\int \frac{dx}{3+2\sin x+\cos x}=\left|\begin{array}{c} tg\frac{x}{2}=t,\quad x=2arctgt \\ dx=\frac{2}{1+t^2}dt,\quad \sin x=\frac{2t}{1+t^2},\quad \cos x=\frac{1-t^2}{1+t^2}\end{array}\right|=$$

$$=\int \frac{\frac{2}{1+t^2}dt}{3+2\frac{2t}{1+t^2}+\frac{1-t^2}{1+t^2}}=\int \frac{\frac{2}{1+t^2}dt}{\frac{3+3t^2+4t+1-t^2}{1+t^2}}=\int \frac{\frac{2}{1+t^2}dt}{\frac{2t^2+4t+4}{1+t^2}}=\int \frac{dt}{t^2+2t+2}=$$

$$\int \frac{dt}{(t+1)^2+1}=\int \frac{d(t+1)}{(t+1)^2+1}=arctg(t+1)+C=arctg(tg\frac{x}{2}+1)+C\,.$$

Задание 2. Вычислить определенные интегралы

а) $$\int_e^{e^2}\frac{dx}{x\ln x}=\int_e^{e^2}\frac{d(\ln x)}{\ln x}=\ln|\ln x|\Big|_e^{e^2}=\ln\left|\ln e^2\right|-\ln|\ln e|=\ln 2-\ln 1=\ln 2$$

б)

$$\int_1^{64}\frac{dx}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt[3]{x}\right)}=\left|\begin{array}{c} \sqrt[6]{x}=t\quad\Rightarrow\quad x=t^6 \\ dx=6t^5dt \\ x=1\quad\Rightarrow\quad t=\sqrt[6]{1}=1 \\ x=64\quad\Rightarrow\quad t=\sqrt[6]{64}=2\end{array}\right|=\int_1^2\frac{6t^5dt}{t^3(1+t^2)}=6\int_1^2\frac{t^2dt}{1+t^2}=6\int_1^2\frac{t^2+1-1}{1+t^2}dt=$$

$$=6\int_1^2 dt-6\int_1^2\frac{1}{1+t^2}dt=6t\Big|_1^2-6arctg\,t\Big|_1^2=6(2-1)--6(arctg2-arctg1)=$$

$$=6-6\left(arctg2-\frac{\pi}{4}\right)=6+\frac{3\pi}{2}-6arctg2.$$

в) $$\int_1^2 x^2\ln xdx\,.$$

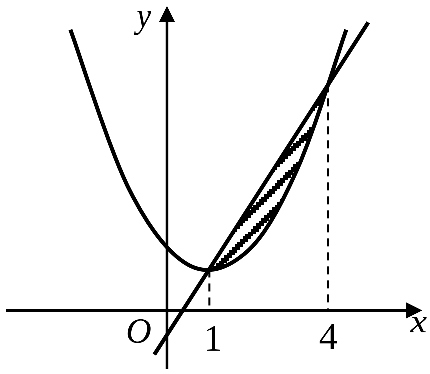
Разобьем подынтегральное выражение на части: $u=\ln x$, $dv=x^2dx$.

$$\int_1^2 x^2\ln x dx=\left|\begin{array}{c} u=\ln x \\ dv=x^2dx \\ du=(\ln x)'dx=\dfrac{dx}{x} \\ v=\int x^2dx=\dfrac{x^3}{3}\end{array}\right|=\frac{x^3}{3}\ln x\Big|_1^2-\int_1^2\frac{x^3}{3}\frac{dx}{x}=\frac{1}{3}\left(2^3\ln 2-\ln 1\right)-\frac{1}{3}\int_1^2 x^2dx=$$

$$=\frac{8}{3}\ln 2-\frac{1}{3}\frac{x^3}{3}\Big|_1^2=\frac{8}{3}\ln 2-\frac{1}{9}\left(2^3-1^3\right)=\frac{8}{3}\ln 2-\frac{7}{9}=\frac{24\ln 2-7}{9}.$$

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2-2x+3$, $y=3x-1$.

Решение. Сделаем чертеж. Уравнению $y=x^2-2x+3$ соответствует парабола с вершиной в точке $x=1$, $y=2$, т. к. $y=x^2-2x+3 \Rightarrow y-2=(x-1)^2$. Уравнению $y=3x-1$ соответствует прямая.



Найдем точки пересечения заданных линий

$$\begin{cases} y=x^2-2x+3, \\ y=3x-1. \end{cases}$$

$x^2-2x+3=3x-1$, $x^2-5x+4=0$, $x_1=1$, $x_2=4$.

Согласно формуле $S=\int_a^b\left(f_2(x)-f_1(x)\right)dx$

$$\int_1^4(3x-1-(x^2-2x+3))dx=\int_1^4(3x-1-x^2+2x-3)dx=$$

$$=\int_1^4(5x-4-x^2)dx=\frac{5x^2}{2}\Big|_1^4-4x\Big|_1^4-\frac{x^3}{3}\Big|_1^4=\frac{9}{2} \text{ (кв. ед.)}.$$

Задание 4. Вычислить длину дуги линии $y^2=(x+1)^3$, $-1\le x\le 4$.

Решение:

Уравнению $y^2=(x+1)^3$, или $y=\pm\sqrt{(x+1)^3}=\pm(x+1)^{\frac{3}{2}}$, соответствует полукубическая парабола.

$L=\int\limits_{-1}^{4}\sqrt{1+(y')^2}\,dx$. Возьмем $y=(x+1)^{\frac{3}{2}}$, $y'=\frac{3}{2}(x+1)^{1/2}$.

Тогда

$$L=\int\limits_{-1}^{4}\sqrt{1+\left(\frac{3}{2}(x+1)^{\frac{1}{2}}\right)^2}dx=\int\limits_{-1}^{4}\sqrt{1+\frac{9}{4}(x+1)}dx=\int\limits_{-1}^{4}\sqrt{1+\frac{9}{4}x+\frac{9}{4}}dx=$$

$$=\int\limits_{-1}^{4}\sqrt{\frac{9}{4}x+\frac{13}{4}}dx=\frac{1}{2\cdot 9}\int\limits_{-1}^{4}(9x+13)^{\frac{1}{2}}\,d(9x+13)=\frac{2}{18}\frac{(9x+13)^{3/2}}{3}\Bigg|_{-1}^{4}=$$

$$=\frac{1}{27}\left(\sqrt{49^3}-\sqrt{4^3}\right)=\frac{1}{27}(343-8)=\frac{1}{27}\cdot 335=\frac{335}{27}\text{(лин. ед.).}$$

Задание 5. Вычислить длину дуги линии $\begin{cases} x=\dfrac{t^6}{6} \\ y=2-\dfrac{t^4}{4} \end{cases}$, $0\le t\le\sqrt[4]{8}$.

Решение:

Длина дуги вычисляется по формуле $L=\int\limits_{0}^{t}\sqrt{\left(x_t'\right)^2+\left(y_t')\right)^2}dt$.

Найдем $x_t'=\left(\dfrac{t^6}{6}\right)'=t^5$, $y_t'=\left(2-\dfrac{t^4}{4}\right)'=-t^3$. Тогда

$$L=\int\limits_{0}^{\sqrt[4]{8}}\sqrt{\left(t^5\right)^2+\left(-t^3)\right)^2}dt=\int\limits_{0}^{\sqrt[4]{8}}\sqrt{t^{10}+t^6}dt=\int\limits_{0}^{\sqrt[4]{8}}t^3\sqrt{t^4+1}dt=$$

$$=\frac{1}{4}\int\limits_{0}^{\sqrt[4]{8}}\left(t^4+1\right)^{\frac{1}{2}}d(t^4+1)=\frac{1\cdot 2}{4}\frac{(t^4+1)^{3/2}}{3}\Bigg|_{0}^{\sqrt[4]{8}}=\frac{1}{6}\sqrt{\left(t^4+1\right)^3}\Bigg|_{0}^{\sqrt[4]{8}}=$$

$$=\frac{1}{6}\left(\sqrt{(8+1)^3}-1\right)=\frac{1}{6}(27-1)=\frac{26}{6}=\frac{13}{3}\ \text{(лин. ед.)}$$

Задание 6. Найти объем продукции, произведенной рабочим за промежуток времени с 8 до 14 часов. Производительность труда задана эмпирической формулой $f(t) = -\frac{t^2}{4} + 5t - 15$, которая отражает процесс работы, при котором производительность растет на протяжении первых двух часов, а затем падает.

Решение. Рассматривая функцию производительности на отрезке $[8;14]$, найдем объем произведенной продукции с помощью определенного интеграла

$$Q = \int_8^{14} \left(-\frac{t^2}{4} + 5t - 15 \right) dt = \left(-\frac{t^3}{12} + \frac{5t^2}{2} - 15t \right) \Bigg|_8^{14} = 54 .$$

Таким образом, за указанны промежуток времени произведено 54 единицы продукции.

Образец выполнения типового расчета №2

1. На карточках написаны числа от 30 до 40. Наудачу извлекают одну карточку. Найти вероятность того, что извлекут карточку с числом кратным трем.

Решение.

Введем событиеA – число кратно трем.

$n = 11$ (можно извлечь любую из 11 карточек),

$m = 4$ (чисел делящихся на три будет всего четыре: 30; 33; 36; 39).

$P(A) = \frac{4}{11}$.

2. Телефонный номер состоит из шести цифр. Найти вероятность того, что все цифры различны.

Решение.

Введем событие A–все цифры различны.

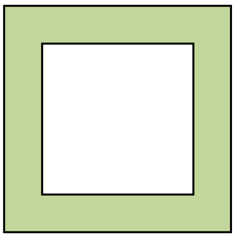
$n = 10^6$ (столько всех шестизначных номеров существует, считая 000000 – возможным).

$m = A_{10}^6 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$ (столько будет существовать номеров с различными цифрами).

$$P(A) = \frac{A_{10}^6}{10^6} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{10^6} = 0.1512.$$

3. В квадрат со стороной 4 см «бросают» точку. Какова вероятность, что расстояние от этой точки до ближайшей стороны квадрата будет меньше 1 см?

Решение.



Закрасим в квадрате множество точек, удаленных от ближайшей стороны меньше, чем на 1 см.

Площадь квадрата со стороной 4 см равна 16 см^2. Площадь закрашенной части квадрата

16см^2 – 4см^2 = 12см^2.

Значит, искомая вероятность равна $P(A) = \frac{s}{S} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$.

4. ***В магазин поступила партия обуви одного фасона, размера, но разного цвета. В ней 40 пар черного цвета, 26 – коричневого , 22 – красного, 12 –синего. Коробки с обувью оказались нерассортированными по цвету. Найти вероятность того, что наудачу взятая коробка, окажется с обувью красного или синего цвета.***

Решение.

Введем событие *A*- взятая наудачу коробка с обувью красного или синего цвета. Введем дополнительные два события:

В – коробка с обувью красного цвета;

С- коробка с обувью синего цвета.

Алгебра события $A = B + C$ (или коробка с обувью красного цвета или синего). События *B*, *C* несовместные. По теореме сложения имеем

$$P(A)=P(B)+P(C)=\frac{22}{100}+\frac{12}{100}=\frac{34}{100}=0{,}34.$$

5. На каждой отдельной карточке написаны буквы, составляющие слово «МАШИНА» Карточки перемешали и положили в пакет. После чего извлекли одну за другой (без возвращения) четыре карточки. Найти вероятность того, что в порядке выхода карточек можно прочитать слово «ШИНА».

Решение.

Введем событие A – можно прочитать слово «ШИНА».

Введем дополнительно еще события

A_1 - первая буква «Ш»; A_2 - вторая буква «И»; A_3 - третья буква «Н»;

A_4 - четвертая буква «А».

Алгебра события $A=A_1\cdot A_2\cdot A_3\cdot A_4$(одновременно должны наступить события и первая буква «Ш» и вторая «И» и третья «Н» и четвертая «А»). События A_1,A_2,A_3,A_4 - зависимые.

По теореме умножения для зависимых событий:

$$P(A)=P(A_1)\cdot P_{A_1}(A_2)\cdot P_{A_1A_2}(A_3)\cdot P_{A_1A_2A_3}(A_4)=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{180}.$$

6. ***Два студента независимо друг от друга решают одну и ту же задачу. Вероятность того, что задачу решит первый студент равна 0,7; для второго студента эта вероятность составляет 0,8. Найти вероятности следующих событий: А – оба студента решат задачу;***

В – только первый решит задачу.

Решение.

Пусть событие K_1 состоит в том, что первый студент решит задачу; K_2 - второй студент решит задачу. По условию $P(K_1)=0{,}7$,$P(K_2)=0{,}8$.

$\bar{K}_1$ – первый студент не решит задачу, $\bar{K}_2$ – второй студент не решит задачу.

$$P(\bar{K}_1)=1-P(K_1)=0{,}3,\ P(\bar{K}_2)=1-P(K_2)=0{,}2.$$

Событие А равносильно событию “первый студент решит задачу и второй студент решит задачу”, т. е. $A = K_1 \cdot K_2$.

Причем события K_1, K_2 независимые. По теореме умножения для независимых событий $P(A) = P(K_1) \cdot P(K_2) = 0,7 \cdot 0,8 = 0,56$.

Событие B равносильно событию “первый студент решит задачу и второй студент не решит задачу”, т. е. $B = K_1 \cdot \bar{K}_2$.

$$P(B) = P(K_1) \cdot P(\bar{K}_2) = 0,7 \cdot 0,2 = 0,14.$$

7. На сборку поступают однотипные изделия из четырех цехов. Вероятности брака в каждом из цехов соответственно равны 0,04, 0,03, 0,06, 0,02. Первый цех поставляет 30 изделий, второй цех – 20, третий цех – 50, четвертый – 25. Изделия оказались перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется бракованным.

Решение.

Введем событие A – взятое наудачу изделие бракованное.

Возможные гипотезы: B_1 – изделие изготовлено в первом цехе;

B_2 – изделие изготовлено во втором цехе; B_3 – изделие изготовлено в третьем цехе; B_4 – изделие изготовлено в четвертом цехе.

Событие $A = B_1 \cdot A + B_2 \cdot A + B_3 \cdot A + B_4 \cdot A$.

Вероятность $P(A)$ будет вычисляться по формуле полной вероятности. Вычислим:

$$P(B_1) = \frac{30}{125}, \quad P(B_2) = \frac{20}{125}, P(B_3) = \frac{50}{125}, \quad P(B_4) = \frac{30}{125},$$

$$P_{B_1}(A) = 0,04, \quad P_{B_2}(A) = 0,03, P_{B_3}(A) = 0,06, \quad P_{B_4}(A) = 0,02.$$

$$\sum_{i=1}^{n} P(B_i) = \frac{30}{125} + \frac{20}{125} + \frac{50}{125} + \frac{25}{125} = 1.$$

Вероятность события A:

$$P(A) = \frac{30}{125} \cdot 0,04 + \frac{20}{125} \cdot 0,03 + \frac{50}{125} \cdot 0,06 + \frac{25}{125} \cdot 0,02 = 0,0424.$$

8. ***Компания по страхованию автомобилей разделяет водителей на три класса, которые включают 20%, 50% и 30% водителей соответственно. Вероятности того, что в течение года водитель попадет в аварию, равны 0,01, 0,03 и 0,1 соответственно для каждого класса. Наугад выбранный водитель в течение года попал в аварию. Какова вероятность того, что он относится к первому классу?***

Решение

Обозначим через A событие – водитель попал в аварию.

Возможны следующие предположения (гипотезы): B_1 – водитель относится к первому классу, B_2 – ко второму, B_3 – к третьему.

Вероятности гипотез равны:

$$P(B_1) = 0,2; \qquad P(B_2) = 0,5; \qquad P(B_3) = 0,3.$$

Условные вероятности того, что водитель попадет в аварию, при условии, что он относится к первому, второму, третьему классу соответственно равны:

$$P_{B_1}(A) = 0,01; \qquad P_{B_2}(A) = 0,03; \qquad P_{B_3}(A) = 0,1.$$

Вероятность того, что попавший в аварию водитель относится к первому классу, по формуле Байеса равна:

$$P_A(B_1) = \frac{P(B_1)\cdot P_{B_1}(A)}{P(B_1)\cdot P_{B_1}(A) + P(B_2)\cdot P_{B_2}(A) + P(B_3)\cdot P_{B_3}(A)} =$$

$$= \frac{0,2\cdot 0,01}{0,2\cdot 0,01 + 0,5\cdot 0,03 + 0,3\cdot 0,1} = 0,043.$$

9. Всхожесть семян некоторого сорта растений равна 80%. Для опыта отбирается 5 семян. Определить вероятность того, что из 5 посеянных семян прорастет 3 семени. Не менее 3.

Будем считать высев 5 семян проведением пяти независимых испытаний. Для каждого из 5 посеянных семян вероятность прорасти постоянна $P(A)$=0,8. Вероятность противоположного события $P(\overline{A}) = 1 - 0,8 = 0,2$. Надо найти $P_5(3)$, т.е. вероятность того, что в 5 испытаниях событие A появится ровно 3 раза. Значит, n=5; p=0,8; q=0,2; k=3.

По формуле Бернулли имеем:

$P_5(3)=C_5^3 \cdot (0,8)^3 \cdot (0,2)^2 = 0,2048;$

$P_5(4)=C_5^4 \cdot (0,8)^4 \cdot (0,2)^1 = 0,4096;$ $P_5(5)=C_5^5 \cdot (0,8)^5 \cdot (0,2)^0 = 0,32768$

$P_5(k \geq 3)=P_5(3)+P_5(4)+P_5(5)=0,02048+0,4096+0,32768=0,94208.$

10. Вероятность изготовления стандартной детали на автомате равна 0,95. Изготовлена партия в 200 деталей. Найти наивероятнейшее число нестандартных деталей и вероятность этого наивероятнейшего числа.

Решение:

По условию $n = 200$; $q = 0,95$; $p = 1 - 0,95 = 0,05$.

Так как $n = 200$ достаточно велико, то наивероятнейшее число $k_0 = np$.

$k_0 = 200 \cdot 0,05 = 10.$

Вычислим вероятность $P_{200}(10)$, используя локальную теорему Лапласа:

$x = \dfrac{10 - 200 \cdot 0,05}{\sqrt{200 \cdot 0,05 \cdot 0,95}} = 0$. По таблице найдем $\varphi(0) = 0,3989$.

$$P_{200}(10) = \frac{0,3989}{\sqrt{200 \cdot 0,05 \cdot 0,95}} = \frac{0,3989}{\sqrt{9,5}} \approx 0,13.$$

Образец выполнения типового расчета №3

Задание 1. Батарея состоит из трех орудий. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого, второго и третьего орудия равна соответственно 0,5; 0,6; 0,8. Каждое орудие стреляет по цели один раз. Составить закон распределения случайной величины X – числа попаданий в цель. Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$. Построить график распределения. Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

Решение:

Введем случайную величину X – число попаданий в цель. Возможные значения величины:

$x_1 = 0$ - ни одно орудие не попало; $x_2 = 1$ - попало одно орудие;

$x_3 = 2$ - попали два орудия; $x_4 = 3$ - попали три орудия.

Величина X – дискретная. Вычислим вероятность каждого значения:

$p_1 = P(X = 0) = (1-0{,}5)(1-0{,}6)(1-0{,}8) = 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}04$ (и первое и второе и третье орудия промахнулись);

$p_2 = P(X = 1) = 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}2 + 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}2 + 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}8 = 0{,}26$ (первое орудие попало, второе и третье промахнулись или второе орудие попало, первое и третье промахнулись или третье орудие попало, первое и второе промахнулись);

$p_3 = P(X = 2) = 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}2 + 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}8 + 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}8 = 0{,}46$;

$p_4 = P(X = 3) = +0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}8 = 0{,}24$.

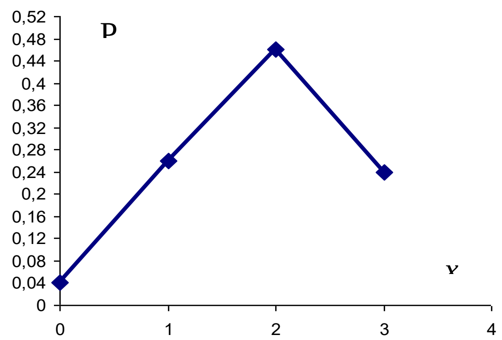
Закон распределения:

X	0	1	2	3	$\sum p_i$
p	0,04	0,26	0,46	0,24	1

Проверим правильность составленного закона

$\sum p_i = 1 \Rightarrow \quad 0{,}04 + 0{,}26 + 0{,}46 + 0{,}24 = 1.$

Построим график распределения



Вычислим $M(X) = 0 \cdot 0{,}04 + 1 \cdot 0{,}26 + 2 \cdot 0{,}46 + 3 \cdot 0{,}24 = 1{,}9$.

Для дисперсии вычислим

$M(X^2) = 0^2 \cdot 0{,}04 + 1^2 \cdot 0{,}26 + 2^2 \cdot 0{,}46 + 3^2 \cdot 0{,}24 = 4{,}26$.

$D(X) = 4{,}26 - (1{,}9)^2 = 0{,}65$;

$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{0{,}65} \approx 0{,}81$.

Найдем функцию распределения $F(x) = P(X < x)$:

$F(x) = 0$, $x \le 0$;

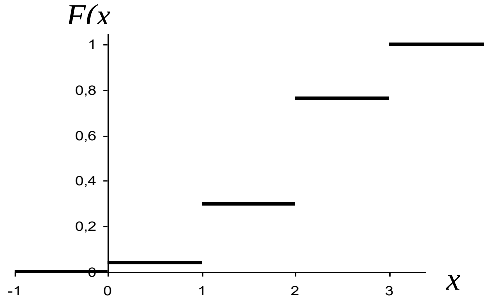
при изменении $0 < x \le 1$, $F(x) = 0{,}04$;

при изменении $1 < x \le 2$, $F(x) = 0{,}04 + 0{,}26 = 0{,}3$;

при изменении $2 < x \le 3$, $F(x) = 0{,}04 + 0{,}26 + 0{,}46 = 0{,}76$;

для всех $x > 3$, $F(x) = 1$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ 0{,}04, & 0 < x \le 1 \\ 0{,}3, & 1 < x \le 2 \\ 0{,}76, & 2 < x \le 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$



Построим график функции $F(x)$

Задание 2. Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1 \\ \alpha(x^2 - x), & 1 < x \le 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр α;2) вычислить вероятность событий $1 < X < 1{,}5$.

3) Найти $M(X)$, $D(X)$.

Решение:

1) Параметр α найдем из свойства функции плотности вероятности: $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$.

Найдем $f(x)=F'(x)$

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x\le 1 \\ \alpha(2x-1), & 1<x\le 2 \\ 0, & x>2 \end{cases}$$

Вычислим: $\int\limits_1^2 \alpha(2x-1)dx=\alpha\cdot\frac{1}{2}\cdot\left.\frac{(2x-1)^2}{2}\right|_1^2=\frac{\alpha}{4}\cdot(9-1)=\frac{\alpha}{4}\cdot 8=2\alpha$.

Приравняем: $2\alpha=1$, $\alpha=\frac{1}{2}$.

Функции $F(x)$, $f(x)$ принимают вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 1 \\ \frac{1}{2}(x^2-x), & 1<x\le 2 \\ 1, & x>2 \end{cases} \quad f(x)=\begin{cases} 0, & x\le 1 \\ \frac{1}{2}(2x-1), & 1<x\le 2 \\ 0, & x>2 \end{cases}$$

2) Вычислим вероятность события $1<X<1{,}5$.

Используем формулу $P(\alpha<X<\beta)=F(\beta)-F(\alpha)$:

Найдем $F(1{,}5)=\frac{1}{2}\left.(x^2-x)\right|_{x=1{,}5}=\frac{1}{2}(1{,}5^2-1{,}5)=0{,}375$, $F(1)=0$.

$P(1<X<1{,}5)=F(1{,}5)-F(1)=0{,}375$.

3) $M(X)=\int\limits_1^2\frac{1}{2}\left(x^2-x\right)\cdot xdx=\frac{1}{2}\int\limits_1^2\left(x^3-x^2\right)dx=\frac{1}{2}\left.\left(\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}\right)\right|_1^2=\frac{17}{24}$;

$M(X^2)=\int\limits_1^2\frac{1}{2}\left(x^2-x\right)\cdot x^2dx=\frac{1}{2}\int\limits_1^2\left(x^4-x^3\right)dx=\frac{1}{2}\left.\left(\frac{x^5}{5}-\frac{x^4}{4}\right)\right|_1^2=\frac{49}{40}$;

$D(X)=M(X^2)-M^2(X)=\frac{49}{40}-\left(\frac{17}{24}\right)^2\approx 0{,}7233$.

Задание 3. Размер диаметра втулок, изготовленных на заводе, можно считать нормально распределенной случайной величиной с $M(X)=2{,}5$ см и $\sigma(X)=0{,}01$ см. Втулки годные, если их размер находится в пределах $2{,}5\pm 0{,}02$. Какой процент изготовленных втулок, являются браком?

Решение:

Втулка будет негодной, если $|X-2,5|>0,02$, где X – случайная величина, - размер диаметра втулки. Вычислим сначала вероятность противоположного события $|X-2,5|\le 0,02$ по формуле $P(|X-M(X)|\le\varepsilon)=2\Phi\left(\dfrac{\varepsilon}{\sigma}\right)$.

$$P(|X-2,5|\le 0,02)=2\Phi\left(\frac{0,02}{0,01}\right)=2\Phi(2)=2\cdot 0,4772=0,9544.$$

Тогда $P(|X-2,5|>0,02)=1-0,9544=0,0456$.

Следовательно, $4,56\%\approx 5\%$ - втулок бракованных.

Задание 4. Дискретная случайная величина X может принимать только два значения x_1 и x_2 $(x_1<x_2)$. Известны вероятность $p_1=0,1$ значения $X=x_1$, математическое ожидание $M(X)=3,9$ и дисперсия $D(X)=0,09$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение.

Для дискретной величины, принимающей два значения закон распределения имеет вид:

X	x_1	x_2	$\sum p_i$
p	p_1	p_2	1

По условию $p_1=0,1$, тогда $p_2=1-p_1=1-0,1=0,9$.

Для отыскания x_1 и x_2 воспользуемся $M(X)$ и $D(X)$.

$$\begin{cases} x_1\cdot 0,1+x_2\cdot 0,9=3,9 \\ x_1^2\cdot 0,1+x_2^2\cdot 0,9-(3,9)^2=0,09 \end{cases}$$

Решим эту систему

$$\begin{cases} x_1\cdot 0,1+x_2\cdot 0,9=3,9 \\ x_1^2\cdot 0,1+x_2^2\cdot 0,9=0,09+15,21 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1+9x_2=39 \\ x_1^2+9x_2^2=153 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1=39-9x_2 \\ (39-9x_2)^2+9x_2^2=153 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1=39-9x_2 \\ 90x_2^2-702x_2+1368=0 \end{cases}$$

Решим уравнение: $90x_2^2-702x_2+1368=0$;

$$10x_2^2 - 78x_2 + 152 = 0$$

$x_{2,1} = 4$, $x_{2,2} = 3{,}8$

Тогда $x_{1,1} = 39 - 9 \cdot 4 = 3$, $x_{1,2} = 39 - 9 \cdot 3{,}8 = 4{,}8$.

Из полученных пар решений выбираем ту, где $x_1 < x_2$, т.е. $x_1 = 3$, $x_2 = 4$.

Закон распределения принимает вид:

X	3	4
p	0,1	0,9

Образец выполнения типового расчета №4

1. Обследование качества пряжи на крепость дало следующие результаты:

Крепость нити (г), x_i	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220	220-240
Число случаев, n_i	7	25	28	30	8	2

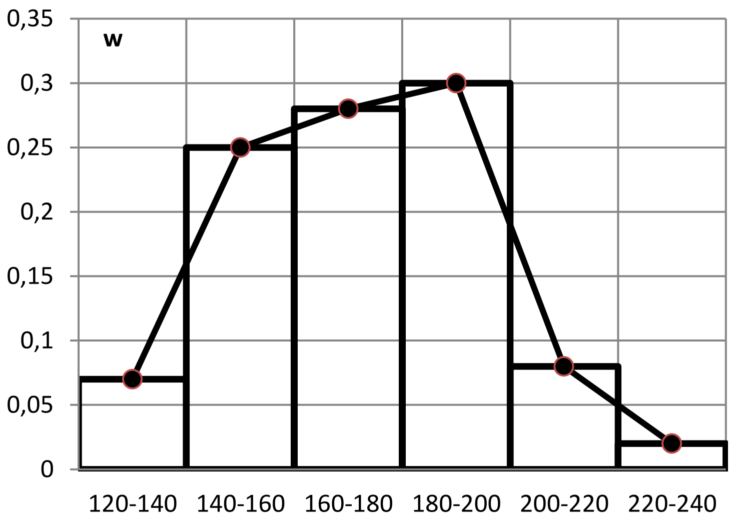
Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* – крепость нити;6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина *X* распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

Решение:

1) Построим гистограмму и полигон относительных частот, для этого найдем относительные частоты (высоты соответствующих прямоугольников гистограммы) по формуле $\omega_i = \frac{n_i}{n}$.

Для построения полигона на гистограмме соединим середины верхних оснований прямоугольников отрезками прямых.

интервалы	n_i	ω_i
120-140	7	0,07
140-160	25	0,25
160-180	28	0,28
180-200	30	0,3
200-220	8	0,08
220-240	2	0,02
$\sum$	**100**	**1**

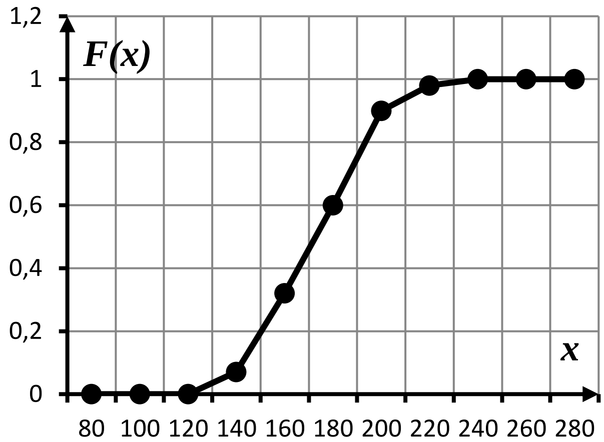


2) Найдем эмпирическую функцию распределения, для этого сначала найдем наколенные частоты

x_i	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220	220-240
n_i	7	25	28	30	8	2
n_x	7	32	60	90	98	100

Очевидно, что для всех $x \in (-\infty; 120]$ функция распределения равна нулю. Пусть теперь $x \in (120; 140]$. В этом случае число $\frac{n_x}{n}$ не определено, так как неизвестно, сколько выборочных значений случайной величины, принадлежащих этому интервалу, меньше x. Если $x = 140$, то $n_x = 7$, $F^*(x) = \frac{n_x}{n} = \frac{7}{100} = 0,07$. Рассуждая аналогично, убеждаемся, что точками, в которых значение функции $F^*(x)$ можно определить, являются правые концы интервалов и все точки интервала $x \in [240;\infty)$. Определим значения функции $F^*(x)$ в указанных точках

$$F^*(x) = \begin{cases} 0 & при \quad x \le 120 \\ 0,07 & при \quad x = 140 \\ 0,32 & при \quad x = 160 \\ 0,6 & при \quad x = 180 \\ 0,9 & при \quad x = 200 \\ 0,98 & при \quad x = 220 \\ 1 & при \quad x \ge 240 \end{cases}$$



При графическом изображении данной функции, соединим точки графика, соответствующие концам интервалов, отрезками прямой. В результате график функции $F^*(x)$ будет представлять собой непрерывную линию.

3) Рассчитаем моду и медиану. Распределение задано интервальным рядом. Наибольшая частота $n_4 = 30$ отвечает интервалу 180-200, следовательно, этот интервал является модальным. Поэтому по формуле

$$Mo \approx x_{Mo} + \Delta x \cdot \frac{n_{Mo} - n_{Mo-1}}{(n_{Mo} - n_{Mo-1}) + (n_{Mo} - n_{Mo+1})}),$$

в которой $x_{Mo} = 180$ – начало модального интервала; $n_{Mo} = 30$ – частота модального интервала; $n_{Mo-1} = 28$ – частота интервала, стоящего перед модальным; $n_{Mo+1} = 8$ – частота интервала, стоящего после модального, получим $Mo \approx 180 + 20\frac{30-28}{(30-28)+(30-8)} \approx 181{,}67$.

Для нахождения медианы по формуле $Me \approx x_{Me} + \Delta x \cdot \dfrac{n/2 - (n_x)_{Me-1}}{n_{Me}}$ нужно определить медианный интервал. Объем ряда $n = \sum n_i = 7 + 25 + 28 + 30 + 8 + 2 = 100$, тогда $n/2 = 50$. Среди накопленных частот находим число 50. Такого числа нет, поэтому берем первое, большее 50 значение. Это будет 60. Интервал 160-180, ему соответствующий, и будет медианным. Следовательно, $x_{Me} = 160$–начало медианного интервала; $n_{Me} = 28$ – частота медианного интервала; $(n_x)_{Me-1} = 32$– накопленная частота интервала, стоящего перед медианным.

Подставим найденные значения в формулу, получим

$$Me \approx 160 + 20\frac{100/2 - 32}{28} \approx 172{,}86.$$

4) Вычислим выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесс. В качестве вариант x_i возьмем середины интервалов.

Вспомогательные расчеты сведены в таблицу.

интервалы	n_i	x_i	$x_i n_i$	$x_i^2 n_i$	$x_i^3 n_i$	$x_i^4 n_i$
120-140	7	130	910	118300	15379000	1999270000
140-160	25	150	3750	562500	84375000	12656250000
160-180	28	170	4760	809200	137564000	23385880000
180-200	30	190	5700	1083000	205770000	39096300000
200-220	8	210	1680	352800	74088000	15558480000
220-240	2	230	460	105800	24334000	5596820000
$\sum$	**100**		**17260**	**3031600**	**541510000**	**98293000000**

Далее, используя таблицу, найдем:

$$\bar{x}_в = \frac{\sum x_i n_i}{n} = \frac{17260}{100} = 172{,}6, \qquad \overline{x^2} = \frac{\sum x_i^2 n_i}{n} = \frac{3031600}{100} = 30316;$$

$$D = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 30316 - 172{,}6^2 = 525{,}24; \quad \sigma_в = \sqrt{D_в} = \sqrt{525{,}24} = 22{,}92.$$

Коэффициент вариации $V = \frac{\sigma_в}{\overline{x}_в} \cdot 100\% = \frac{22,92}{172,6} \cdot 100\% = 13,28\%$.

Для расчета коэффициента асимметрии и эксцесса найдем начальные условные моменты от первого до четвертого порядков

$$\alpha_1 = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot n_i}{n} = \frac{17260}{100} = 172,6; \quad \alpha_2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i^2 \cdot n_i}{n} = \frac{3031600}{100} = 30316;$$

$$\alpha_3 = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i^3 \cdot n_i}{n} = \frac{541510000}{100} = 5415100;$$

$$\alpha_4 = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i^4 \cdot n_i}{n} = \frac{98293000000}{100} = 982930000.$$

Теперь рассчитаем третий и четвертый центральные моменты:

$$\mu_3 = \alpha_3 - 3\alpha_2\alpha_1 + 2\alpha_1^3 = 5415100 - 3 \cdot 30316 \cdot 172,6 + 2 \cdot (1,72)^3 = 1245,552\ ,$$

$$\mu_4 = \alpha_4 - 4\alpha_3\alpha_1 + 6\alpha_2\alpha_1^2 - 3\alpha_1^4 =$$

$$= 982930000 - 4 \cdot 5415100 \cdot 172,6 + 6 \cdot 30316 \cdot 172,6^2 - 3 \cdot 172,6^4 = 696896,8.$$

Теперь вычислим коэффициент асимметрии и эксцесс:

$$A_s = \frac{\mu_3}{\left(\sqrt{\alpha_2 - \alpha_1^2}\right)^3} = \frac{1245,552}{\sqrt{30316 - 172,6^2}^3} \approx 0,1035;$$

$$E_x = \frac{\mu_4}{\left(\sqrt{\alpha_2 - \alpha_1^2}\right)^4} - 3 = \frac{696896,8}{\sqrt{30316 - 172,6^2}^4} - 3 \approx -0,4739.$$

Значения коэффициентов асимметрии и эксцесса малы.

5) По виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса (они достаточно близки к нулю) можно сделать вывод, что заданное распределение близко к нормальному.

6) Найдем точечные оценки параметров выбранного закона распределения.

Несмещенной оценкой математического ожидания является выборочная средняя $\overline{x}_в = 172,6$.

Несмещенной оценкой дисперсии генеральной совокупности является исправленная выборочная дисперсия $s_в^2 = \dfrac{n}{n-1} D_в = \dfrac{100}{99} \cdot 525,24 = 530,545.$

7) Запишем функцию плотности и функцию распределения:

$a = 172,6$; $\sigma = \sqrt{530,545} = 23,034$;

$$f(x) = \frac{1}{23,034\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-172,6)^2}{2\cdot 23,034^2}}; \qquad F(x) = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{x-172,6}{23,034}\right)$$

Найдем интервальные оценки параметров нормального распределения *X*. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном σ имеет вид

$$\overline{x}_в - t_\gamma \frac{s_в}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_в + t_\gamma \frac{s_в}{\sqrt{n}},$$

где $\overline{x}_в = 172,6$, $s_в = \sqrt{s_в^2} = \sqrt{530,545} = 23,034$.

Для уровня значимости $\gamma = 0,95$ и объема выборки $n = 100$ находим по таблице значение $t_\gamma = 1,984$.

$$172,6 - 1,984\frac{23,034}{\sqrt{100}} < a < 172,6 + 1,984\frac{23,034}{\sqrt{100}};$$

$$168,0301 < a < 177,1699.$$

Доверительный интервал для среднего квадратического отклонения нормального распределения

$$s_в\left(1-q\right) < \sigma < s_в(1+q).$$

По таблице (приложение 4) при $\gamma = 0,95$ и $n = 100$ найдем $q = 0,143$. Тогда, искомый интервал таков:

$$23,034\left(1-0,143\right) < \sigma < 23,034\left(1+0,143\right);$$

$$19,74 < \sigma < 26,323.$$

Образец выполнения типового расчета №5

Задание 1. Проверим, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

Пронормируем случайную величину X, т.е. перейдем к случайной величине $Z = \frac{X - \overline{x_в}}{\sigma_в}$, и вычислим концы интервалов: $z_i = \frac{x_i - \overline{x_в}}{\sigma_в}$, $z_{i+1} = \frac{x_{i+1} - \overline{x_в}}{\sigma_в}$, причем наименьшее значение Z (т. е. z_1) примем равным $-\infty$, а наибольшее (т.е. z_{s+1}) примем равным ∞. Затем вычислим теоретические частоты $n_i' = nP_i$, где n - объем выборки, $P_i = \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i)$ – вероятности попадания Xв интервалы $(x_i; x_{i+1})$; $\Phi(z)$ – функция Лапласа.

Интервалы 5 и 6 объединены, так как по правилу применения критерия Пирсона интервалы частота которых менее 5 должны быть объединены.

<table>
<tr><th rowspan="2">№</th><th colspan="2">Границы интервала</th><th rowspan="2">Эмпири-ческая частота n_i</th><th colspan="2">Границы интервала</th><th rowspan="2">$\Phi(z_i)$</th><th rowspan="2">$\Phi(z_{i+1})$</th><th rowspan="2">P_i</th><th rowspan="2">Теорет. частота $n_i' = nP_i$</th></tr>
<tr><th>x_i</th><th>x_{i+1}</th><th>z_i</th><th>z_{i+1}</th></tr>
<tr><td>1</td><td>120</td><td>140</td><td>7</td><td>$-\infty$</td><td>-1,42</td><td>-0,5</td><td>-0,4222</td><td>0,0778</td><td>7,78</td></tr>
<tr><td>2</td><td>140</td><td>160</td><td>25</td><td>-1,42</td><td>-0,55</td><td>-0,4222</td><td>-0,2088</td><td>0,2134</td><td>21,34</td></tr>
<tr><td>3</td><td>160</td><td>180</td><td>28</td><td>-0,55</td><td>0,32</td><td>-0,2088</td><td>0,1255</td><td>0,3343</td><td>33,43</td></tr>
<tr><td>4</td><td>180</td><td>200</td><td>30</td><td>0,32</td><td>1,19</td><td>0,1255</td><td>0,3830</td><td>0,2575</td><td>25,75</td></tr>
<tr><td>5</td><td>200</td><td>220</td><td rowspan="2">$\left.\begin{matrix}8\\2\end{matrix}\right\}10$</td><td rowspan="2">1,19</td><td rowspan="2">$+\infty$</td><td rowspan="2">0,3830</td><td rowspan="2">0,5</td><td rowspan="2">0,117</td><td rowspan="2">11,7</td></tr>
<tr><td>6</td><td>220</td><td>240</td></tr>
<tr><td colspan="2">Сумма</td><td></td><td>100</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>100</td></tr>
</table>

Построим графики эмпирической кривой и теоретически нормальной кривой

Как видно из графиков, представленных на рисунке, теоретические и эмпирические кривые отличаются друг от друга. Для определения значимо ли это расхождение вычислим наблюдаемое значение критерия Пирсона, составим для этого расчетную таблицу:

№	n_i	n_i'	$n_i - n_i'$	$(n_i - n_i')^2$	$\frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}$
1	7	7,78	-0,78	0,608	0,0782
2	25	21,34	3,66	13,4	0,6277
3	28	33,43	-5,43	29,48	0,8819
4	30	25,75	4,25	18,06	0,7015
5	10	11,7	-1,7	2,89	0,2470
Сумма	***100***	***100***			$\chi^2_{набл} \approx 2{,}54$

Находим число степеней свободы: по выборке рассчитаны два параметра, значит, $r = 2$. Количество интервалов после объединения $m = 5$. Следовательно, $k = 5 - 2 - 1 = 2$. Зная, что $\alpha = 0{,}05$ и $k = 2$, по таблице критических точек распределения хи-квадрат находим $\chi^2_{крит}(\alpha;k) = \chi^2_{крит}(0{,}05;2) = 6{,}0$. Итак, $\chi^2_{набл} < \chi^2_{крит}$, следовательно, нет оснований отвергнуть гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности.

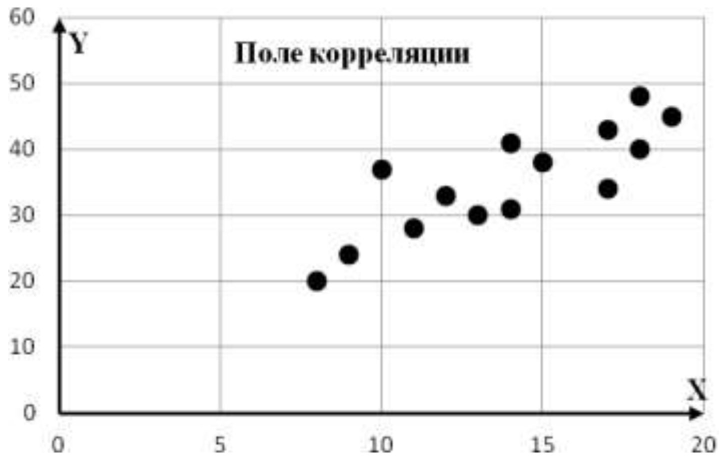
Задание 2. Приведены результаты исследования стоимости основных производственных фондов *X* (млн. сом) и объемов строительно-монтажных работ *Y* (млн. сом), выполненных в течение года:

x_i	8	9	11	13	14	12	17	10	15	18	14	17	19	18
y_i	20	24	28	30	31	33	34	37	38	40	41	43	45	48

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз объема строительно-монтажных работ, если стоимость основных производственных фондов составит 20 млн. сом.

Решение. График зависимости переменных *X* и *Y* строится в прямоугольной декартовой системе координат. На оси абсцисс откладываются значения факторного признака *X* (стоимость основных производственных фондов), а по оси ординат – результативного признака *Y* (объем строительно-монтажных работ).



Характер расположения точек на графике показывает, что связь между переменными может выражаться линейным уравнением регрессии $\overline{y}_x = kx + b$.

Параметры уравнения регрессии находим методом наименьших квадратов, путем составления и решения системы нормальных уравнений

$$\begin{cases} k\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i, \\ k\sum_{i=1}^{n} x_i + nb = \sum_{i=1}^{n} y_i. \end{cases}$$

Все расчеты приведены во вспомогательной таблице

№ п/п	x	y	x^2	y^2	xy
1	8	20	64	400	160
2	9	24	81	576	216
3	11	28	121	784	308
4	13	30	169	900	390
5	14	31	196	961	434
6	12	33	144	1089	396
7	17	34	289	1156	578
8	10	37	100	1369	370
9	15	38	225	1444	570
10	18	40	324	1600	720
11	14	41	196	1681	574
12	17	43	289	1849	731
13	19	45	361	2025	855
14	18	48	324	2304	864
$\sum$	195	492	2883	18138	7166

Подставляя полученные суммы в систему нормальных уравнений, учитывая, что $n = 14$, получим:

$$\begin{cases} 2883k + 195b = 7166, \\ 195k + 14b = 492. \end{cases}$$

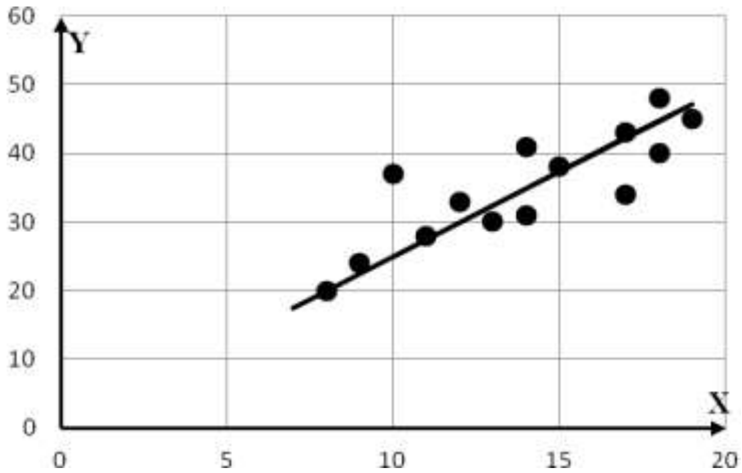
Решив систему, получим $k = 1,876$, $b = 9,014$.

Таким образом, уравнение регрессии имеет вид:

$$\overline{y}_x = 1,876x + 9,014.$$

Коэффициент регрессии показывает, что при увеличении стоимости основных производственных фондов (т.е. переменной *X)* на 1 млн. сом объем строительно-монтажных работ в среднем увеличивается на 9,014 млн. сом.

Если в уравнение регрессии подставить фактические значения переменной *X*, то определяются возможные (теоретические) значения переменной $\overline{y}_x$. Соединив точки с координатами $\left(x_i; \overline{y}_{x_i}\right)$, получим прямую линию регрессии (или линию тренда):



При линейной зависимости, степень тесноты связи между переменными *X* и *Y* определяется с помощью коэффициента корреляции:

$$r_в = \frac{\overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Подставляя данные из расчетной таблицы и учитывая, что

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \overline{x}^2} = \sqrt{205{,}929 - 13{,}929^2} \approx 3{,}453,$$

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - \overline{y}^2} = \sqrt{1295{,}571 - 35{,}143^2} \approx 7{,}78,$$

получим:

$$r_в = \frac{511{,}857 - 13{,}929 \cdot 35{,}143}{3{,}45 \cdot 7{,}78} = 0{,}833.$$

Так как $r_в > 0$, то между признаками *X* и *Y* связь прямая. Согласно шкале Чеддока эта связь высокая.

Так как исходные данные являются выборочными, то необходимо оценить существенность и значимость величины коэффициента корреляции. Выдвигаем нулевую гипотезу: коэффициент корреляции в генеральной совокупности равен нулю, и изучаемый фактор не оказывает существенного влияния на результативный признак. $H_0 : r_Г = 0$, при $H_1 : r_Г \neq 0$.

Для проверки нулевой гипотеза найдем наблюдаемое значение критерия $T_{набл} = \frac{r_в \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_в^2}} = \frac{0{,}833\sqrt{12}}{\sqrt{1-0{,}833^2}} \approx 5{,}21$. Критическое значение находим по таблице критических точек распределения Стьюдента (приложение 3) по заданному уровню значимости $\alpha = 0{,}05$ и числу степеней свободы $k = n-2 = 14-2 = 12$ для двусторонней критической области, получим $t_{кр}\left(0{,}05;12\right) = 2{,}18$. Так как $T_{набл} > t_{кр}$, то нулевую гипотезу отвергаем. Другими словами коэффициент корреляции существенно отличен от нуля в генеральной совокупности. Значит, стоимость основных производственных фондов оказывает статистически существенное влияние на объем строительно-монтажных работ.

Задание 3. Рейтинги 10 спортсменов сборной команды по летнему биатлону приведены в таблице.

Ранги по бегу, r_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ранги по стрельбе, s_i	4	5	1	3	2	10	9	8	6	7

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Решение.

а) Составим расчетную таблицу, в которую поместим разности рангов и их квадраты

r_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	*Всего*
s_i	4	5	1	3	2	10	9	8	6	7	
$r_i - s_i$	-3	-3	2	1	3	-4	-2	0	3	3	
$\left(r_i - s_i\right)^2$	9	9	4	1	9	16	4	0	9	9	**70**

Вычислим коэффициент Спирмена

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n}\left(r_i - s_i\right)^2}{n^3 - n} = 1 - \frac{6 \cdot 70}{10^3 - 10} \approx 0,576 .$$

Таким образом, связь между результатами спортсменов по бегу и стрельбе прямая. Оценивая силу связи по шкале Чеддока, сделаем вывод, что связь заметная.

б) Для расчета коэффициента Кендалла найдем число инверсий R для каждого значения и внесем значения в таблицу. Так как, правее первого значения $s_1 = 4$ шесть значений больше 4, то $R_1 = 6$, для значения $s_2 = 5$ число инверсий равно 5, так как правее данного значения расположено только пять значений больших 5 и т.д.

r_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
s_i	4	5	1	3	2	10	9	8	6	7	
Число инверсий R_i	6	5	7	5	5	0	0	0	1	0	R=29

Найдем коэффициент ранговой корреляции Кендалла

$$\tau_в = \frac{4R}{n(n-1)} - 1 = \frac{4 \cdot 29}{10 \cdot 9} - 1 \approx 0,29 .$$

Связь между результатами по бегу и стрельбе слабая, прямая.

Коэффициент Спирмена больше коэффициента Кендалла для одной и той же совокупности данных и дает менее строгую оценку связи между признаками.